

# FER ESTIMAR LES MATEMÀTIQUES

Claudi Alsina i Català  
Universitat Politècnica de Catalunya  
alsina@ea.upc.es

*Els ideals educatius i les finalitats de  
l'educació no són res si no informen  
la vida d'una escola.*

MARIA RÚBIES

Llegir, escriure i comptar són tres reptes escolars fonamentals. Els nens i les nenes adquireixen un coneixement progressiu d'aquestes habilitats al llarg de tots els estudis.

En el cas de la *lectura*, sovint s'aconsegueix que nens i nenes acabin descobrint el *plaer de llegir*, i són una majoria els que gaudeixen de la literatura.

En el cas de l'*escriptura*, els nens i les nenes acaben descobrint el *plaer de comunicar-se* i escriuen diaris i cartes, s'envien missatges per correu electrònic, etc.

En el cas de les *matemàtiques*, els nens i les nenes acaben *comptant* però no acostumen a descobrir *cap plaer per fer-ho*.

En aquesta divertida imatge podem veure una raó per la qual moltes persones no troben les matemàtiques plaents: s'avorreixen!



Figura 1

L'objectiu d'aquesta conferència és fer veure que en el cas de les matemàtiques hauríem d'aconseguir que els infants les aprenguin i també que les estimin, perquè arribin a descobrir el *plaer de matematitzar*.

Fer que els infants no estimin les matemàtiques és senzill; hi ha moltes tècniques per aconseguir-ho: reduir les matemàtiques a algorismes numèrics, plantejar problemes sense interès, fer abstraccions no apropiades, etc., etc., etc.

A continuació, defensaré vuit estratègies per fomentar que s'estimi la matemàtica. Il·lustraré cada cas amb uns exemples que tenen en comú un protagonista ben senzill: **el número 2**.



Figures 2 i 3. Una fira matemàtica a la Vila Olímpica de Barcelona: taules, jocs, murals, etc.

### **Fer estimar les matemàtiques... formant**

Diffícilment podem estimar sense conèixer! Conèixer no és suficient però és imprescindible. L'avantatge en aquest cas és que les matemàtiques es poden anar coneixent i dominant progressivament, i això dóna una enorme seguretat. Quan avui parlem de formació, no sols ens referim a donar les bases per a l'estudi dels nombres, l'àlgebra, la geometria, la mesura i l'anàlisi de dades i probabilitat. També hem d'incloure aquí la resolució de problemes, el raonament i la demostració, la comunicació matemàtica, l'establiment de connexions i les diferents formes de representació (NCTM 2000).

## El 2, ahir i avui

- Fa milers d'anys que la humanitat té símbols per escriure el 2 amb un sol símbol o repetint el símbol de l'1. Egipcis, xinesos, japonesos, grecs, romans, maies, hindús, àrabs... han fet curioses representacions de la xifra 2.
- Ara el 2 s'escriu de moltes maneres segons els múltiples tipus de lletres i signes que tenen els nostres processadors de textos: 2, 2, 2, 2, 2, **2**, 2, **2**.
- Però n'hi ha que no poden veure el 2 i l'han de tocar! El sistema Braille indica "nombre" abans de la lletra *b* per indicar el 2.
- El 2 genera interessants successions (parelles, potències de 2...); el 2 és primer i és parell, i  $2 + 2 = 2 \times 2$ .
- Si se sap sumar, multiplicar i dividir per 2, es pot fer qualsevol multiplicació:  $27 \times 35$

$$\begin{array}{r} 27 \quad \underline{35} \\ 13 \quad 70 \\ -6 \quad \text{---} \quad 140 \\ 3 \quad 280 \\ 1 \quad \underline{560} \\ 945 \end{array}$$

## Fer estimar les matemàtiques... relacionant-les

En els primers nivells és especialment útil facilitar que els nens i les nenes relacionin coses, facin connexions, estableixin lligams. I en el cas de les matemàtiques, és aconsellable que aquestes relacions, especialment amb l'àrea de llengua, no deixin la matemàtica aïllada.

L'especialització dels ensenyants és per a l'aprenentatge un problema: les branques no deixen veure el bosc. I avui és important transmetre confiança en la ciència i en les matemàtiques, apreciar-ne el valor cultural i induir a informar-se bé sabent llegir dades i prenent decisions raonables en el context de la nostra vida.

## El 2 i la llengua

Buscarem algunes paraules en català que es relacionen amb el número 2:

*dos, dues, duo, duel, doble, doblar, dòmino, duplicar, duplicat, duplicitat, dúplex, dosos, dual, parell, parella, bessó, bis, segon, dicotomia, binari...*

Plantejarem exemples de l'ús d'aquestes paraules i quins significats tenen:

*Qui són els dosos en un castell humà?*

*Què volen dir els sardanistes amb dos dosos i un tres?*

*Una fotocòpia és un duplicat?*

*Per què hi ha cases amb el número 25 bis?*

També podem cercar i comentar totes les dites catalanes en què intervé el 2 (Alsina, 2000):

- *A qui no vol brou, dues tasses.*
- *A qui no vol cos, dos plats.*
- *Les desgràcies vénen de dos en dos.*
- *Advocats i procuradors a l'infern de dos en dos.*
- *Qui primer pega, pega dos cops.*
- *Les desgràcies mai vénen soles.*
- *No nedis entre dues aigües.*
- *Entre dos que es vulguin, amb un que mengi n'hi ha prou.*
- *Tocar el dos.*
- *Muller que no menja amb vós, després menja més que dos.*
- *Companyies de dos són les millors.*
- *Una mà renta l'altra i totes dues la cara.*
- *No tenir dos dits de front.*
- *Ningú no vol quedar segon.*
- *Mai la segona part és bona.*
- *Dos galls en un galliner, no pot ser.*

## Fer estimar les matemàtiques... aplicant-les

Aplicar les matemàtiques per resoldre problemes, veure que les matemàtiques són útils i que per això estan presents a la vida quotidiana, descobrir les matemàtiques amagades en la realitat visualitzant-ne la presència (Alsina, 1998)... Tot això pot provocar, com a mínim, una estimació interessada!

Però l'aplicabilitat no sols és una bona ajuda "motivadora", sinó que el mateix procés de fer veure com lliga la realitat amb la matemàtica és interessant.



Figura 4. Matemàtiques en el consum

### El 2 i la vida quotidiana

- Tenim 2 mans, 2 braços, 2 cames, 2 peus, 2 pulmons, 2 ronyons, 2 ulls, 2 orelles...
- Pagui'n 2 i emporti-se'n 3! Quin descompte és?
- Comprem 2 donuts, 2 guants, 2 sabates... Quan cal la simetria?
- Comptem el 2 amb 2 dits, però això és cultural i cada cultura col·loca els 2 dits de forma diferent.
- Tot a la vida se'ns presenta com una dualitat: +/-, 1/0; vertader/fals, veritat/mentida, dreta/esquerra, dia/nit, calor/fred, millor/pitjor, jove/vell, ric/pobre, masculí/femení, bo/dolent... És binari, el nostre pensament?

## **Fer estimar les matemàtiques... sorprenent**

En ensenyar matemàtiques podem crear sorpreses docents en la forma de presentar conceptes o resultats i també tenim la possibilitat de sorprendre amb els mateixos resultats o amb l'ús o l'aparició inesperada d'aquests.

El professor Lluís A. Santaló diu, en aquest sentit:

“Que la classe sigui atractiva, que l'alumne tingui ganes d'anar a classe... que s'hi senti bé.”

Per això parlem de sorpreses, com el trencament de la repetició i de la monotonia.

### **El 2 i la família**

Quants ascendents directes tenim? Comptem-los! 2 pares, 4 avis, 8 besavis, 16 rebesavis... Les potències de 2 serveixen per comptar els nostres familiars! Com inventar una bona denominació per a tots aquests familiars? Podríem parlar dels  $n$ -avis, dels quals tenim  $2n$ . Quants cognoms hi ha en joc a tota la família? Quasi tothom és parent? Al segle XIX tenien més familiars que ara... Les famílies es redueixen amb el pas del temps? Quants parents vivien al segle XV? I fa mil anys?

Discutir aquest problema obliga a fer un model sobre familiars que viuen en un segle... I això fa descobrir l'enorme quantitat de persones "familiars" en un sentit llunyà.

També podem explicar aquí el meu conte dedicat al 16 (Alsina, 1993).

## EL COMPROMÍS

**E**l Francesc i la Raquel tenien 18 anys i en feia dos que festejaven. Per això van creure oportú que les famílies respectives es coneguessin abans de fixar la data de la boda, i el Francesc va proposar un diumenge per anar a ca la Raquel a dinar i portar-hi l'anell de compromís. La Raquel va dir-li que estava encantada i que hi anés amb la seva família. En Francesc va dir: "Estàs segura que vols que hi vingui la meva família?", i la Raquel va contestar: "I tant que sí, només faltaria." Aquell diumenge a les dues en punt la Raquel amb els seus pares van obrir la porta i es van quedar sorpresos de veure el Francesc i tota l'escala plena de gent. El Francesc els va anar presentant a tots, mentre anaven entrant:

- "Els meus 2 pares... els meus 4 avis... els meus 8 besavis... i els meus 16 rebesavis!

No cal dir que els 30 ascendents del Francesc ocupaven completament el petit pis de la Raquel. El dinar per a 6 hauria de servir per a 34 persones (!). 12 es van apretar a la taula, 6 a les butaques, i els 16 restants, els rebesavis, es van asseure als llits.

En aquella família tothom s'havia casat als 18 anys; per això, els pares en tenien 36, els avis 54, els besavis 72 i els rebesavis 90.

La Raquel es mirava aquella col·lecció de 16 rebesavis amb una certa curiositat mentre taral·lejava allò dels "16 jutges". Dels 16, sols 2 tenien un cognom en comú amb el seu rebesnét. Van tancar el compromís de boda i van acordar que aquesta se celebraria en la "intimitat familiar" més estricta.

## Fer estimar les matemàtiques... engrescant

Les matemàtiques no són mai ni avorrides ni divertides en si mateixes. No són ni pitjors ni millors que les altres matèries. Poden ser divertides i engrescadores si ens ho proposem.

En concret, a través de jocs, música, dansa, etc. podem trobar aproximacions lúdiques ben interessants.

### El 2, jocs, música i dansa

- El 2 és present a molts jocs (daus, dòmino, cartes, parxís, oca...) però on és bàsic és al joc de parells o senars... **Juguem-hi!**
- Qui dirà 20? Dos jugadors. Cada un, alternativament, pot afegir 1 o 2 i es van sumant... Qui guanyarà?
- El 2 és present en algunes cançons, la lletra de la més coneguda de les quals és el que en nombres seria:

$$"2 + 2 = 4, 4 + 2 = 6, 6 + 2 = 8, 8 + 8 = 16"$$

La podríem cantar amb la música, però en anglès... o escoltar les cançons de l'aritmètica a ritme de rap en anglès... **Cantem!**

- El 2 està en els passos del vals i en una gran quantitat de danses... **Ballem!**
- En una **sardana** el 2 juga fort en els curts. En el repartiment empordanès si la tirada de curts té  $m$  compassos, en escoltar seguides les dues primeres tirades, comptarem seguits  $2m$  (parell) compassos i acabarem amb un 2. Tant la tercera com la quarta tirades de curts es ballen independents i per acabar bé dividirem  $m$  per 4 ( $m = 4p + r$ ,  $r = 0, 1, 2, 3$ ). Si  $m$  és parell ( $r = 0$  o  $2$ ), acabarem la tirada amb un 2 i si  $m$  és senar ( $r = 1$  o  $3$ ), acabarem amb un 3.

## Fer estimar les matemàtiques... actualitzant-les

És interessant mirar l'actualitat i descobrir com les matemàtiques poden ser la clau de molts temes de gran impacte social (notícies, informacions, diaris, revistes...). Poden ser motors de l'actualització matemàtica de molts processos tecnològics, avenços científics, etc. que faciliten la nostra vida actual. Estimar ara i avui els avantatges que les matemàtiques donen és important. I integrar-hi la tecnologia també ho és (Giménez-Girondo, 1990), (Alsina, 1996).

L'ús de la calculadora és imprescindible, però aquest ús ha de ser compatible amb una bona pràctica en el càlcul mental.



Figura 5. Codi de barres: uns nombres són codificats amb barres negres i blanques llegibles òpticament

### El 2 i la tecnologia

- Què tenen en comú: un ordinador, un fax, una televisió digital, Internet, un mòbil...? El secret és el número 2, el sistema binari d'escriure nombres en base 2 usant sols 0 i 1:

$$1 = 1; 2 = 1 \times 2 + 0 \times 1 = 10; 3 = 11; 4 = 100...$$

- Avui traduïm veus, colors, imatges, lletres en grans quantitats de zeros i uns, i això explica com podem transmetre qualsevol cosa, de la veu a un escrit, passant per fils o a través de l'aire.

## Fer estimar les matemàtiques... intrigant

Hi ha relacions geomètriques, aparicions numèriques, fets matemàtics que tenen un cert ingredient d'intriga. Aquesta intriga la podem explotar docentment (Canals, 2000).

### El 2, el doble i la meitat

- Agafem qualsevol políedre convex (caixa, cub, piràmide, prisma...) i comptem-ne el nombre de cares,  $C$ ; d'arestes,  $A$ , i de vèrtexs,  $V$ . Calculem aleshores  $C + V - A$ ... Sempre surt 2.
- Un DIN-A3 és el doble (en superfície) que un DIN A4; per tant, doblar en superfície vol dir multiplicar longituds per  $\sqrt{2} = 1,41$ . Així ampliem les lletres un 41% en passar de DIN A4 a DIN A3 (o les reduïm un 70% en el pas de DIN A3 a DIN A4).
- Doblar en volum és multiplicar longituds per  $\sqrt[3]{2}$ .
- Hi ha coses que tenen un exemplar "doble" (1 euro - 2 euros; pot de 1/2 kg - pot d'1 kg; ampolla de 75 cl - ampolla de 150 cl...).
- Hi ha algunes mesures que admeten el càlcul del doble o de la meitat, però no totes! Què vol dir *doble calor*? 80°C?
- Com dividim coses en 2 parts? Pastissos? Cotxes? Diners?
- Què vol dir ser el doble de probable? I la meitat?
- Al mercat trobarem la xocolata Toblerone (prisma triangular) de 400 g i de 200 g, amb volums respectius de 80 cm<sup>3</sup> i de 40 cm<sup>3</sup>. És un cas de volum i pes dobles però amb envasos geomètricament no semblants. El mateix passa amb les llaunes de tomàquet Cidacos de 800 g i 400 g; la llet Puleva en envasos d'1 l i 500 ml, i la xocolata Nestlé en barres de 300 g i 150 g.

## **Fer estimar les matemàtiques... emocionant**

Però no és que educar bé sigui morir-se de riure. Passar-ho bé és magnífic i cal aconseguir-ho, encara que també altres emocions positives poden ser fantàstiques. A molts nens i nenes les matemàtiques els fan plorar com a emoció negativa associada a les males notes. Us proposo lligar també matemàtiques i emoció. Com? Per exemple, escrivint cartes d'amor.

### **Una breu carta d'amor a la mestra que em va ensenyar a escriure el 2**

Benvolguda Francesca,

Fa molts anys que volia escriure-li aquesta carta i ara m'hi he decidit. Vostè i jo tenim un petit problema: jo no tinc ni idea de si vostè viu o no, no recordo on vivia i si la trobés pel carrer no la reconeixeria. Clar que vostè està en una situació semblant: el nen que recorda ja no el trobaria i jo passaria desapercebut. Ja ho veu! Possiblement ens recordem però no ens podríem ni reconèixer: els anys han passat! Jo la recordo gran, molt gran, com són totes les senyoretetes encara que siguin molt joves. I recordo aquella meravellosa manera com vostè sabia escriure lletres i nombres. Aquella *a* brodada, aquella *T* majúscula..., i aquell 2 fantàstic de corbes suaus. Sempre em va quedar el dubte de si la seva escriptura meravellosa era sols per a la classe o, si a casa, quan feia notes per a la botiga de queviures, escrivia igual.

Poc podia sospitar aquella tardor en què vam aprendre a fer el 2 que ara, tants anys després, jo aniria pel món parlant del 2... i de vostè.

Ara de gran, miro enrere i veig que tot allò va ser molt important. I vostè ens va perdonar les inexperiències i ens va regalar punts per animar-nos i ens va aguantar fins i tot quan plovia. Però ningú, cap de nosaltres, no va donar-li mai les gràcies. A la terra o potser al cel, Francesca: gràcies! Gràcies per la *a*, la *e*, la *i*, la *o*, la *u*! Gràcies per l'*1*, el 2, el 3...! Gràcies pel seu amor en forma de classe. A reveure. Claudi

## Dues reflexions finals

Ensenyar és l'art d'aguantar-se.

Josep Estalella

La primera reflexió fa referència als nens i les nenes que vostès tindran la sort d'educar. En les seves mans, i amb el seny pedagògic que els caracteritza, hi ha la possibilitat que aquests nens i nenes, tots, s'iniciïn en l'estudi de l'aritmètica, de la geometria, de la mesura... observant, manipulant, experimentant, relacionant, calculant, resolent, aplicant... I amb tota aquesta col·lecció d'activitats vostès els *formaran matemàticament*, afavorint un aprenentatge actiu i ben avaluat.

Tot això ho fem i ho farem per aconseguir una bona formació matemàtica bàsica (PISA 2000/Steen 2001), que és:

"La capacitat de la persona per identificar i entendre el paper que les matemàtiques tenen en el món, per fer apreciacions matemàtiques ben fonamentades i per usar les matemàtiques que es corresponen amb la vida present i futura de cada persona com a ciutadà constructiu, raonable i reflexiu."

Amb aquesta xerrada d'avui els vull transmetre una idea molt simple però important: no n'hi ha prou que formin matemàticament, val la pena esmerçar esforços per fer possible que *la formació generi també estimació*. Amb l'estimació transmetran interès i asseguraran una actitud positiva imprescindible amb vista a continuar aprenent matemàtiques. Però estimar les matemàtiques no és una lliçó d'un dia, no és una matèria psicopedagògica, no és un curset especial. Estimar les matemàtiques és el valor afegit de fer matemàtiques jugant amb els sentiments nobles: combinar el cap i el cor. I fer-ho cada dia. Dit d'una manera més contundent: *és tan important el "que" facin de matemàtiques com el "com" ho facin*.

La segona reflexió fa referència a vostès. La seva feina és extraordinàriament impactant. Tota la cadena educativa depèn del que vostès aconseguixin. I és que vostès (i ara podran entendre millor per què aquí s'ha insistit tant en el número 2) tenen **dues** responsabilitats enormes: una és formar de manera immediata, és a dir, aconseguir que a la fi d'una classe, d'un mes, d'un trimestre, d'un curs o d'un cicle, els nens i les nenes hagin après el màxim possible. Però tenen una altra responsabilitat encara més gran i és que

aquests nens i nenes quedin preparats per *aprendre amb goig durant tota la vida*. Per això fer estimar les matemàtiques és transcendent. I aquesta tasca de projectar la nostra feina en el futur és potser el més gran de la nostra professió.

### **Un petit secret al descobert**

*Tenim davant nostre el repte d'anar-nos fent el nostre propi mètode, no d'ensenyar sinó de fer possible que els nens i les nenes aprenguin de veritat.*

*Maria A. Canals*

La gent, majoritàriament, no recordarà en el futur la majoria de coses que els hem explicat. Però el que sí que recordaran per sempre més és a tots nosaltres! Vet aquí on sempre trobarem *una forma efectiva de fer estimar les matemàtiques: fent evident i palès que nosaltres les estimem*. És aquesta passió que posaran a classe en explicar o debatre coses, és aquest interès per la gent, és aquest "fer seu" allò que tenen entre mans el que impactarà la seva classe. Facin seu el que deia Josep Estalella: "A classe fes-ho tot com si d'allò et depengués la vida."

Dues salutacions finals:

Gràcies per la seva atenció!

i

**GRÀCIES PER FER ESTIMAR  
LES MATEMÀTIQUES!**

## REFERÈNCIES

- ALSINA, C. *Del número 0 al 99. Fem comptes amb els contes*. Graó, Barcelona (1993).
- ALSINA, C. *Contar bien para vivir mejor*. Rubes, Barcelona (1998).
- ALSINA, C. *Estimar les matemàtiques*, Columna, Barcelona (2000).
- ALSINA, C., BURGUÉS, C., FORTUNY, J.M. *El joc de les eurocartes*. Inst. Català del Consum. Generalitat de Catalunya (2001).
- ALSINA, C., BURGUÉS, C., FORTUNY, J.M., GIMÉNEZ, J., TORRA, M. *Ensenyar matemàtiques*. Graó, Barcelona (1996).
- ALSINA, C., FORTUNY, J.M. *La matemàtica del consumidor*. Inst. Català del consum. Generalitat de Catalunya (2001).
- CANALS, M.A. *Viure les matemàtiques de 3 a 6 anys*. Col. Temes d'Infància, Rosa Sensat, Barcelona (2000).
- DELORS, J. *Educació: Hi ha un tresor amagat a dins*. UNESCO, Barcelona (1996).
- GIMÉNEZ, J., GIRONDO, L. *Càlcul a l'escola*. Graó, Barcelona (1990).
- NCTM, *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM-USA (2000).
- STEEN, L.A. (editor) *Mathematics and Democracy. The Case for Quantitative Literacy*. NCED, USA (2001).

Claudi Alsina  
Sec. Matemàtiques. ETSAB  
Univ. Politècnica de Catalunya  
Av. Diagonal, 649. 08028 Barcelona

alsina@ea.upc.es