

## 34966 - VD - Varietats Diferenciables

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística  
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques  
Curs: 2017  
Titulació: MÀSTER UNIVERSITARI EN MATEMÀTICA AVANÇADA I ENGINYERIA MATEMÀTICA (Pla 2010).  
(Unitat docent Optativa)  
Crèdits ECTS: 7,5 Idiomes docència: Anglès

### Professorat

Responsable: EVA MIRANDA GALCERÁN  
Altres: Segon quadrimestre:  
EVA MIRANDA GALCERÁN - A  
MIGUEL CARLOS MUÑOZ LECANDA - A

### Competències de la titulació a les quals contribueix l'assignatura

#### Específiques:

1. CE-1. RECERCA - Llegir i entendre un article matemàtic de nivell avançat. Conèixer els procediments d'investigació en matemàtiques, tant per a la producció de nous coneixements com per a la seva transmissió.
3. CE-3. CÀLCUL - Obtenir solucions (exactes o aproximades) per als models, en funció de les eines i recursos disponibles, incloent mitjans computacionals.
4. CE-4. ANÀLISIS CRÍTICA - Discutir la validesa, l'abast i la rellevància d'aquestes solucions i saber presentar i defensar les seves conclusions.

#### Transversals:

5. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.
6. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
7. TERCERA LLENGUA: Conèixer una tercera llengua, que serà preferentment l'anglès, amb un nivell adequat de forma oral i per escrit i amb consonància amb les necessitats que tindran les titulades i els titulats en cada ensenyament.
9. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ: Gestionar l'adquisició, l'estructuració, l'anàlisi i la visualització de dades i informació de l'àmbit d'especialitat i valorar de forma crítica els resultats d'aquesta gestió.

### Metodologies docents

### Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

The subject focuses on some of the fundamental topics of differential geometry and its applications in different areas, as geometric mechanics, control theory, classic and quantum field theory, fluid mechanics, computer vision, geophysical dynamics, general relativity and more.

By the end of the course, students should be able to:

- understand all the ideas developed along the course.
- apply the studied concepts to other areas of pure mathematics, physics and engineering.

## 34966 - VD - Varietats Diferenciables

- integrate in a research group on these kinds of topics and their applications.
- search and understand the scientific literature on the subject.

### Hores totals de dedicació de l'estudiantat

Dedicació total: 187h 30m	Hores grup gran:	60h	32.00%
	Hores aprenentatge autònom:	127h 30m	68.00%

## 34966 - VD - Varietats Diferenciables

### Continguts

Reminder of Manifold Theory and Exterior Calculus	Dedicació: 12h 52m Grup gran: 4h Aprentatge autònom: 8h 52m
<p>Descripció: Brief survey of manifold theory and differential geometry. Manifolds, atlases, smooth maps, tangent vectors and vector fields, flows, exterior calculus.</p>	
Lie groups and Lie algebras. Actions on Manifolds	Dedicació: 25h Grup gran: 8h Aprentatge autònom: 17h
<p>Descripció: Introduction to the main aspects of the theory of Lie groups and their actions on manifolds, including classic groups, subgroups, actions, orbits and quotients.</p>	
Principal Bundles	Dedicació: 18h 45m Grup gran: 6h Aprentatge autònom: 12h 45m
<p>Descripció: The concept of fibre bundles and local triviality will be introduced. Then we define the main object of study, principal bundles and their main example, frame bundles, as well as their properties.</p>	
Connections and Curvature	Dedicació: 18h 45m Grup gran: 6h Aprentatge autònom: 12h 45m
<p>Descripció: We introduce connections on principal bundles and study their existence and main constructions and properties, as curvature, holonomy, parallelism and structure equations.</p>	

## 34966 - VD - Varietats Diferenciables

<p>Vector Bundles and Associated Bundles</p>	<p>Dedicació: 18h 45m Grup gran: 6h Aprentatge autònom: 12h 45m</p>
<p>Descripció: We will study constructions in bundle theory, as associated and pullback bundles, and the theory of general vector bundles. The main objective is to introduce connections on vector bundles and their properties, as well as their relationship with connections on principal bundles. Tubular neighbourhood theorem. Introduction to Differential Topology.</p>	
<p>De Rham Cohomology and Integration Theory</p>	<p>Dedicació: 25h Grup gran: 8h Aprentatge autònom: 17h</p>
<p>Descripció: We define De Rham cohomology and compare to other cohomologies. We will also introduce De Rham computation kit and Poincaré duality.</p>	
<p>Symplectic and Poisson Geometry</p>	<p>Dedicació: 43h 45m Grup gran: 14h Aprentatge autònom: 29h 45m</p>
<p>Descripció: Introduction to symplectic and Poisson manifolds with emphasis on examples. Starting with symplectic manifolds, we will explain Moser's trick and some applications to normal form theorems such as the Darboux theorem or the Lagrangian neighbourhood theorem. Special attention will be given to examples provided by the realm of integrable systems. We end the chapter introducing the basic concepts in Poisson geometry.</p>	

### Sistema de qualificació

## 34966 - VD - Varietats Diferenciables

### Bibliografia

#### Bàsica:

- Lee, John M. Introduction to smooth manifolds. New York: Springer-Verlag, 2003. ISBN 0387954481.
- Duistermaat, J. J. ; Kolk, Johan A. C. Lie groups. Berlin: Springer-Verlag, 2000. ISBN 3540152938.
- Greub, W. H.; Halperin, S.; Vanstone, R. Connections, curvature and cohomology (vol. I). New York: Academic Press, 1972-1976.
- Greub, W. H.; Halperin, S.; Vanstone, R. Connections, curvature and cohomology (vol. II). New York: Academic Press, 1972-1976.
- Cannas da Silva, Anna. Lectures on symplectic geometry. Springer-Verlag, 2008.
- Tu, Loring W. An Introduction to manifolds. 2nd ed. New York: Springer, cop. 2011. ISBN 9781441973993.
- Kobayashi, Shoshichi; Nomizu, Katsumi. Foundations of differential geometry. New York [etc.]: John Wiley & Sons, Inc, 1996. ISBN 978-0-471-15733-5.
- Guillemin, Victor; Pollack, Alan. Differential topology. Reprint of the 1974 original. AMS Chelsea Publishing,
- Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. New York [etc.]: Springer, cop. 1983. ISBN 9780387908946.

#### Complementària:

- Bott, Raoul; Tu, Loring W. Differential forms in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, 1982. ISBN 0387906134.
- Audin, Michèle. Torus actions on symplectic manifolds. 2nd ed. Progress in Mathematics, 93. Birkhäuser Verlag, 2004.
- Lee, John M. Riemannian manifolds : an introduction to curvature [en línia]. New York: Springer, 1997 [Consulta: 05/06/2012]. Disponible a: <<http://link.springer.com/book/10.1007%2Fb98852>>. ISBN 038798271X.
- Massey, William S. Algebraic topology: an introduction. New York: Springer-Verlag, cop. 1977. ISBN 0387902716.
- Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and lie groups. New York, NY [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1971. ISBN 0387908943.
- Dieudonné, Jean. Éléments d'analyse (vol. II-V). Paris: Gauthier-Villars, cop. 2003. ISBN 2876472155.
- Olver, Peter J. Applications of Lie groups to differential equations. New York: Springer-Verlag, 1986. ISBN 0387940073.
- Nakahara, Mikio. Geometry, topology, and physics. 2nd ed. New York [etc.]: Taylor & Francis, cop. 2003. ISBN 0750306068.
- Holm, Darryl D; Schmah, Tanya; Stoica, Cristina; Ellis, David C. P. Geometric mechanics and symmetry : from finite to infinite dimensions. New York: Oxford University Press, cop. 2009. ISBN 9780199212910.
- Gallier, Jean; Quaintance, Jocelyn. Notes on differential geometry and Lie groups. University of Pennsylvania, 2016.