

## Guía docente

### 240021 - 240021 - Geometría

Última modificación: 13/03/2025

**Unidad responsable:** Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona  
**Unidad que imparte:** 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

**Titulación:** GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES (Plan 2010). (Asignatura obligatoria).

**Curso:** 2025      **Créditos ECTS:** 6.0      **Idiomas:** Catalán, Castellano

#### PROFESORADO

---

**Profesorado responsable:** Planas Vilanova, Francesc D'Assis  
Plans Berenguer, Bernat

**Otros:**

#### COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

---

##### Específicas:

1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

#### METODOLOGÍAS DOCENTES

---

Las 4h/semana de docencia de la asignatura se distribuirán en 2 de teoría y 2 de problemas.

Las clases de teoría se harán en grupos grandes. En ellas el profesor presenta los conceptos fundamentales del temario de la asignatura, y los ilustra con numerosos ejemplos y aplicaciones típicas.

Las clases de problemas se harán en grupos pequeños. El profesor de problemas anunciará con antelación que problemas de la asignatura serán discutidos en clase. Los alumnos aprovecharán este margen de tiempo para resolver por su cuenta parte de estos ejercicios.

Esta resolución autónoma puede ser individual, en grupo, o con apoyo de un mentor. Pero se espera que al final del curso el alumno resuelva parte de los problemas de manera individual y autónoma.

El profesor de problemas discutirá en clase los problemas propuestos, de manera que los alumnos puedan comparar su resolución con la del profesor, basada en las mejores prácticas de la asignatura, y pueda ver cómo superar los puntos de error/embós que haya tenido.

Se hará una actividad adicional práctica en la clase de problemas y de forma autónoma, que consistirá en resolver ejercicios propios de la asignatura con la ayuda del programa Octave (o equivalentemente MATLAB). Los alumnos dispondrán de material de autoaprendizaje a Atenea para consolidar el aprendizaje del uso de Octave/MATLAB en la resolución de problemas típicos de la asignatura. Los alumnos tendrán que superar pruebas autoevaluables a Atenea para poderse evaluar de esta parte de la asignatura. Esta parte se considera práctica y no reevaluable.

Como complemento para facilitar el autoaprendizaje, se facilitarán a los alumnos por vía telemática más problemas de los discutidos en clase, además de colecciones de problemas resueltos, resúmenes de la teoría de la asignatura, y una guía de instrucciones de Octave/MATLAB para hacer los cálculos y representaciones gráficas más comunes.

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo general de la asignatura es que el alumno aprenda los conceptos básicos del temario, a caballo entre la Álgebra Lineal y la Geometría, y los aplique, a mano o con la ayuda del ordenador, a problemas espaciales, al movimiento del sólido rígido, a la representación gráfica en el plano y el espacio, y a otros problemas que se pueden resolver usando la noción de proyección.

Específicamente se pretende:

- Familiarizar al alumno con la aproximación numérica basada en la proyección ortogonal: el método de mínimos cuadrados.
- Capacitar al alumno para el uso de diferentes sistemas de referencia, fijas y móviles, en el plano y el espacio.
- Introducir las variedades diferenciales como lugar de puntos que cumple ligandos y estudiarlas vía aproximación lineal: espacios tangente y normal, extremos ligados.
- Preparar al alumno para el modelado geométrico, presentando la parametrización de curvas y superficies, splines, curvas y superficies de Bézier.

## HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00
Horas grupo grande	54,0	36.00
Horas grupo pequeño	6,0	4.00

**Dedicación total:** 150 h

## CONTENIDOS

### 1.- Variedades lineales

#### Descripción:

Geometría afín del plano y del espacio: rectas, planos, ecuaciones implícitas y paramétricas, sistemas de referencia.

#### Competencias relacionadas:

CE1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

#### Dedicación: 13h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 10h

### 2.- Productos escalares y formas cuadráticas

#### Descripción:

1. El producto escalar euclidiano.
2. Proyección ortogonal.
3. Formas cuadráticas y matrices simétricas

#### Competencias relacionadas:

CE1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

#### Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 18h

### 3.- Álgebra lineal numérica

**Descripción:**

1. Mínimos cuadrados.
2. La descomposición en valores singulares (SVD).
3. Propagación de errores en sistemas lineales.

**Competencias relacionadas:**

CE1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

**Dedicación:** 23h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 16h

### 4.- Movimientos

**Descripción:**

1. Isometrías en el plano y el espacio.
2. Desplazamientos en el plano y en el espacio.
3. Ángulos de Euler.

**Competencias relacionadas:**

CE1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

**Dedicación:** 31h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 20h

### 5.- Variedades implícitas

**Descripción:**

1. Ecuaciones implícitas, dimensión, espacio tangente y espacio normal. Puntos singulares.
2. Extremos ligados (multiplicadores de Lagrange).

**Competencias relacionadas:**

CE1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

**Dedicación:** 28h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 18h

## 6.- Variedades parametrizadas

### Descripción:

1. Parametrizaciones, espacio tangente y normal, curvas regulares. Teorema de la función implícita.
2. Cónicas
3. Curvas de Bézier y splines.
4. Coordenadas esféricas y cilíndricas.
5. Superficies de revolución.

### Competencias relacionadas:

CE1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

### Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

## 7.- Curvatura

### Descripción:

1. Curvatura de curvas planas. Círculo osculador.
2. Curvatura y torsión de curvas del espacio. Triedro de Frenet. Plano y círculo osculador.

### Competencias relacionadas:

CE1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

### Dedicación: 8h

Grupo grande/Teoría: 3h

Aprendizaje autónomo: 5h

## ACTIVIDADES

### PRÁCTICAS DE GEOMETRÍA CON MATLAB

### Descripción:

Uso del programa MATLAB para practicar:

- Cálculos propios de la asignatura: distancias, áreas y volúmenes, aproximación por mínimos cuadrados, SVD, movimientos.
- Cálculos basados en la asignatura: extremos locales, rectas de regresión, propagación de errores...
- Representación gráfica de curvas y superficies.

### Dedicación: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 6h

## SISTEMA DE CALIFICACIÓN

---

La calificación final del alumno se calculará a partir de los siguientes elementos de evaluación:

- Examen parcial a medio cuatrimestre (nota=PAR).
- Examen de Octave/Matlab (nota=MAT).
- Examen final de la asignatura (nota=FI).

La fórmula que determinará la nota final es:

$$\text{Nota final} = \max\{0.1 \cdot \text{MAT} + 0.3 \cdot \text{PAR} + 0.6 \cdot \text{FI}, 0.1 \cdot \text{MAT} + 0.9 \cdot \text{FI}\}$$

En caso de hacer el examen de reevaluación, la nota de este computará un 90% y la nota final se completará con 10%\*MAT (nota Matlab obtenida durante el curso).

## NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

---

El alumno podrá disponer de un formulario manuscrito tamaño DINA-4 de la asignatura en los exámenes final, parcial y de reevaluación.

Para presentarse al examen de Octave/Matlab será necesario haber superado las pruebas de autovalidación.

No entregar el examen final comportará un "No presentado" en la asignatura.

## BIBLIOGRAFÍA

---

### Básica:

- Hernández, Eugenio; Vázquez, María Jesús; Zurro, María Ángeles. Álgebra lineal y geometría [en línea]. 3a ed. Madrid: Pearson, cop. 2012 [Consulta: 30/09/2025]. Disponible a: [https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=1210](https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=1210). ISBN 9788478291298.

### Complementaria:

- Palais, Richard S. A modern course on curves and surfaces [en línea]. [s.l.]: Virtual Math Museum, 2003 [Consulta: 12/06/2025]. Disponible a: [https://virtualmathmuseum.org/Surface/a/bk/curves\\_surfaces\\_palais.pdf](https://virtualmathmuseum.org/Surface/a/bk/curves_surfaces_palais.pdf).  
- Gallier, Jean. Geometric methods and applications for computer science and engineering [en línea]. 2nd ed. New York: Springer, 2011 [Consulta: 30/09/2025]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-9961-0>. ISBN 9781441999603.

## RECURSOS

---

### Otros recursos:

Se pondrá a disposición de los estudiantes por vía telemática:

- Un resumen de la teoría de la asignatura ordenado por temas.
- Una colección de problemas para hacer en clase.
- Una colección de problemas adicionales a los hechos en clase.
- Una colección de resoluciones de algunos de estos problemas.
- Una librería de funciones de MATLAB para hacer las operaciones más básicas de la asignatura.