



Guía docente

34966 - VD - Variedades Diferenciables

Última modificación: 11/04/2024

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
981 - CRM - Centro de Investigación Matemática.

Titulación: MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICA AVANZADA E INGENIERÍA MATEMÁTICA (Plan 2010).
(Asignatura optativa).

Curso: 2024 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: EVA MIRANDA GALCERÁN

Otros: Segon quadrimestre:
EVA MIRANDA GALCERÁN - A
PABLO NICOLÁS MARTÍNEZ - A
JAGNA JANINA WISNIEWSKA - A

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

- CE-1. INVESTIGACIÓN - Leer y entender un artículo matemático de nivel avanzado. Conocer los procedimientos de investigación en matemáticas, tanto para la producción de nuevos conocimientos como para su transmisión.
- CE-3. CÁLCULO - Obtener soluciones (exactas o aproximadas) para los modelos en función de las herramientas y recursos disponibles, incluyendo medios computacionales.
- CE-4. ANÁLISIS CRÍTICO - Discutir la validez, el alcance y la relevancia de estas soluciones y saber presentar y defender sus conclusiones.

Transversales:

- APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.
- COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
- TERCERA LENGUA: Conocer una tercera lengua, que será preferentemente inglés, con un nivel adecuado de forma oral y por escrito y en consonancia con las necesidades que tendrán las tituladas y los titulados en cada enseñanza.
- USO SOLVENTE DE LOS RECURSOS DE INFORMACIÓN: Gestionar la adquisición, la estructuración, el análisis y la visualización de datos e información en el ámbito de la especialidad y valorar de forma crítica los resultados de esta gestión.

METODOLOGÍAS DOCENTES



OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

The subject focuses on some of the fundamental topics of differential geometry and its applications to different areas including mathematical physics and Dynamical systems.

By the end of the course, students should be able to:

- understand all the ideas developed along the course.
- apply the studied concepts to other areas of pure mathematics, physics and engineering.
- integrate in a research group on these kinds of topics and their applications.
- search and understand the scientific literature on the subject.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	60,0	32.00
Horas aprendizaje autónomo	127,5	68.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Complements in Differential Geometry

Descripción:

Brief survey of manifold theory and differential geometry including differential forms.

We also plan to talk about differentiable distributions and study its integration via the theorem of Frobenius. This will lead us to introducing several examples of foliations.

Dedicación: 14h 52m

Grupo grande/Teoría: 6h

Aprendizaje autónomo: 8h 52m

Introduction to Differential Topology

Descripción:

We present a brief introduction to the theory of Differential Topology which includes basic notions in transversality, singularity theory and Morse theory.

Dedicación: 14h 40m

Grupo grande/Teoría: 8h

Aprendizaje autónomo: 6h 40m

Introduction to Lie theory

Descripción:

A Lie group is a group endowed with a smooth manifold structure which is compatible with the group operation. In this chapter we provide an introduction to the main aspects of the theory of Lie groups and Lie algebras taking matrix Lie groups as starting point.

Dedicación: 16h 20m

Grupo grande/Teoría: 8h

Aprendizaje autónomo: 8h 20m



Lie group actions on smooth manifolds

Descripción:

We study Lie group actions on smooth manifolds and relate both geometries via the notions of isotropy group and orbit.

Dedicación: 18h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo grande/Teoría: 4h

Aprendizaje autónomo: 5h

Aprendizaje autónomo: 5h

Basic notions on De Rham Cohomology

Descripción:

We define De Rham cohomology and compare it to other cohomologies. (Depending on the preliminary knowledge of the students, this chapter may be considered as an APPENDIX)

Dedicación: 8h

Grupo grande/Teoría: 3h

Aprendizaje autónomo: 5h

Introduction to Symplectic and Poisson Geometry

Descripción:

We provide a comprehensive introduction to symplectic and Poisson manifolds with special focus on examples. Starting with symplectic manifolds, we will explain Moser's trick and some applications to normal form theorems such as the Darboux theorem and the classification of symplectic surfaces. We introduce the notion of Hamiltonian vector field, symplectic vector field and Hamiltonian System. Special attention will be given to examples provided by the realm of integrable systems. In particular the action-angle theorem of Arnold-Liouville will be presented and the notion of moment map and Hamiltonian group action. We end the chapter introducing other geometries: that of contact geometry and Poisson geometry discussing the most recent progress on open conjectures in the topic.

Dedicación: 31h 40m

Grupo grande/Teoría: 15h

Aprendizaje autónomo: 16h 40m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

There will be exam(s) which will contribute to the final grade in a 40% and an essay that will contribute to the final grade in another 40%. Students would choose, together with the lecturers, a topic that complements or advances the material taught during the course, according to their mathematical interests. The remaining 20% is reserved to problem solving which can be evaluated by simply solving some assignments of the regular list of problems.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

The final grade awarded to the student would we computed as follows:

40% exam(s) + 40% essay+ 20% problem solving

The grade "exam(s)" includes the one of final exam but may also include other examination material such as ATENEA questionnaires or take-home exercises. The choices and number of exams will depend on several factors including the ratio presential versus online teaching.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Bröcker, T.; Jänich, K. Introduction to differential topology. Cambridge University Press, 1982. ISBN 9780521284707.
- Cannas da Silva, Anna. Lectures on symplectic geometry [en línea]. Springer-Verlag, 2008 [Consulta: 10/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-540-45330-7>. ISBN 354045330X.
- Duistermaat, J. J.; Kolk, Johan A.C. Lie groups. Berlin: Springer-Verlag, 2000. ISBN 3540152938.
- Fegan, H.D. Introduction to compact lie groups. World Scientific, 1991. ISBN 9810236867.
- Guillemin, V.; Sternberg, Shlomo. Symplectic techniques in physics. Repr. with corrections. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 1990. ISBN 9780521389907.
- Guillemin, Victor; Pollack, Alan. Differential topology. Reprint of the 1974 original. AMS Chelsea Publishing, 2014. ISBN 9780821851937.
- Knauf, A. Mathematical physics : classical mechanics. Springer, 2018. ISBN 9783662557747.
- Lee, John M. Introduction to smooth manifolds [en línea]. New York: Springer-Verlag, 2003 [Consulta: 10/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-9982-5>. ISBN 0387954481.
- Milnor, John W. Topology from the differentiable viewpoint. Rev. ed. Princenton: Princeton University Press, 1997. ISBN 9780691048338.
- Munkres, J.R. Elementary differential topology. ISBN 9780691090931.
- Tu, Loring W. An Introduction to manifolds [en línea]. 2nd ed. New York: Springer, 2011 [Consulta: 10/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-7400-6>. ISBN 9781441973993.
- Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. New York [etc.]: Springer, cop. 1971. ISBN 0387908943.

Complementaria:

- Bott, Raoul; Tu, Loring W. Differential forms in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, 1982. ISBN 0387906134.
- Audin, Michèle. Torus actions on symplectic manifolds. 2nd ed. Birkhäuser, 2004. ISBN 3764321768.
- Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and lie groups. New York, NY [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1983. ISBN 0387908943.
- Olver, Peter J. Applications of Lie groups to differential equations. New York: Springer-Verlag, 1986. ISBN 0387940073.
- Nakahara, Mikio. Geometry, topology, and physics. 2nd ed. New York [etc.]: Taylor & Francis, cop. 2003. ISBN 0750306068.
- Audin, Michèle; Damian, Mihai. Morse theory and Floer homology. New York: Springer, [2014]. ISBN 9781447154952.
- Gallier, Jean; Quaintance, Jocelyn. Notes on differential geometry and Lie groups [en línea]. University of Pennsylvania, 2016 [Consulta: 10/07/2023]. Disponible a: <http://www.cis.upenn.edu/~jean/gbooks/manif.html>.

RECURSOS

Otros recursos:

Notes on the Geometry and Dynamics of singular symplectic manifolds (notes on the FSMP course by Eva Miranda)

Course on youtube by Professor Eva Miranda on Lie group actions

https://www.youtube.com/channel/UC8Fzyf58s0EiZ-gdYgz2ghw?view_as=subscriber />Course on youtube by Professor Eva Miranda on Symplectic and Poisson Geometry

https://www.youtube.com/channel/UC8Fzyf58s0EiZ-gdYgz2ghw?view_as=subscriber