

ACTE D'INVESTIDURA COM A  
DOCTOR *honoris causa*

DE LA  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

DEL PROFESSOR

SIR MICHAEL FRANCIS ATIYAH

CATALÀ / CASTELLANO / ENGLISH



DOCTOR HONORIS CAUSA

DE LA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

SR. MICHAEL FRANCIS  
MATTIYAH

Acte d'investidura

SR. JOAN L.  
ZAMORA

SRA. MARIA  
TERESA SANCHO

SR. ANTONI  
GIRON

SRA. MERCE  
GINJAUME

ACTE D'INVESTIDURA COM A  
DOCTOR *honoris causa*  
DE LA UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
DEL PROFESSOR SIR MICHAEL F. ATIYAH

25 D'ABRIL DE 2008



# ÍNDEX

Ordre de l'acte d'investidura 5

Elogi dels mèrits del professor Sir Michael Francis Atiyah,  
pel professor Sebastià Xambó Descamps 7

Discurs pronunciat pel professor Sir Michael Francis Atiyah 12

Paraules del Sr. Antoni Giró Roca,  
rector de la Universitat Politècnica de Catalunya 16

# ÍNDICE

Elogio de los méritos del profesor Sir Michael Francis Atiyah,  
por el profesor Sebastià Xambó Descamps 19

Discurso pronunciado por el profesor Sir Michael Francis Atiyah 25

Palabras del Sr. Antoni Giró Roca,  
rector de la Universitat Politècnica de Catalunya 29

# TABLE OF CONTENTS

Speech by Professor Sebastià Xambó praising the merits  
of Sir Michael Francis Atiyah 32

Honorary degree speech by Sir Michael Francis Atiyah 37

Speech by the rector, Professor Antoni Giró Roca 41



# ORDRE DE L'ACTE D'INVESTIDURA

Moon River

(Henry Mancini, 1924-1994)

**Benvinguda del Rector Magnífic, que obre l'acte i diu:**

*“La secretària general de la Universitat Politècnica de Catalunya llegirà l'acta de nomenament de doctor honoris causa d'aquesta universitat a favor del matemàtic Sir Michael Francis Atiyah.”*

**La secretària general procedeix a la lectura de l'acord del Consell de Govern.**

**El rector continua la sessió dient:**

*“Els padrins, professors Sebastià Xambó i Pere Pascual, faran el favor d'anar a buscar el professor Sir Michael Francis Atiyah.”*

Hymne à la Nuit

(Jean-Philippe Rameau, 1683-1764)

**El doctorand i els padrins, després de saludar la Presidència, s'asseuen als seients reservats.**

**El rector dóna la paraula al padrí, professor Sebastià Xambó.**

**El padrí, professor Sebastià Xambó, fa l'elogi dels mèrits del matemàtic Sir Michael Francis Atiyah.**

Phantasy

(Henry Purcell, 1659-1695)

**El rector pren la paraula tot dient:**

*“Investim solemnement el matemàtic Sir Michael Francis Atiyah com a doctor honoris causa per la nostra Universitat.”*

Tots els membres s'aixequen i Sir Michael Francis Atiyah i els padrins, professors Sebastià Xambó i Pere Pascual, es posen davant del rector.

**A continuació, el rector lliura el diploma al nou doctor i li imposa el birret, l'anell i els guants, tot dient:**

*“Pel Claustre de la Universitat Politècnica de Catalunya i com a homenatge als vostres mèrits rellevants, heu estat nomenat doctor honoris causa d'aquesta Universitat. Per l'autoritat que m'ha estat donada, us lliuro aquest diploma i us imposo com a símbol el birret llorjat, distintiu venerat del nostre més alt magisteri. Porteu-lo sobre el cap per coronar els vostres estudis i mereixements. Rebeu l'anell que els antics lliuraven en aquesta vella cerimònia, per signar i segellar dictàmens, consultes i censures que pertoquin la vostra ciència i professió, i també els guants blancs, símbol de la puresa que han de conservar les mans i que, de la mateixa manera que l'anell, són també signe de la vostra dignitat. Incorporat a partir d'ara mateix al nostre Claustre Universitari, rebeu, doctor Michael Francis Atiyah, en nom de tots els claustrals, una abraçada de fraternitat dels qui s'honoren i es congratulen de ser els vostres germans i companys.”*

**El rector dóna la paraula al doctor Michael Francis Atiyah.**

**El nou doctor dóna les gràcies per l'honor rebut.**

**Córdoba. Cants d'Espanya, op. 32, núm. 2**  
(Isaac Albéniz, 1860-1909)

**Paraules del rector.**

**Gaudeamus igitur.**

**La comitiva va sortint, mentre sona la música.**

- Interpretacions musicals:
- Conjunt Instrumental de la Facultat de Matemàtiques i Estadística
  - Trio Mosbach de la Facultat de Matemàtiques i Estadística
  - Coral d'Arquitectura i Orquestra de la UPC
- Direcció, Lluís Carné





# ELOGI DELS MÈRITS DEL PROFESSOR SIR MICHAEL F. ATIYAH

Sebastià Xambó Descamps

Rector Magnífic;  
distingits membres del Claustre i del Consell Social;  
autoritats acadèmiques, professors, estudiants, personal d'administració i serveis;  
presidente, vicepresidente y secretario de la Conferencia de decanos de Matemáticas;  
honorable cònsol del Regne Unit a Barcelona;  
convidats, amigues i amics;  
professor Sir Michael Francis Atiyah:

Bon dia, buenos días, good morning,  
(sabah al-khair) صباح الخير

El protocol formal d'aquest acte demana fer "un elogi dels mèrits del professor Sir Michael Francis Atiyah". Aquests mèrits, però, són tan clars i extraordinaris, i han estat reconeguts per un seguit tan nombrós d'instàncies del més alt nivell arreu del món, que no em sembla adient fer-ne referència aquí, i encara menys quan els poden trobar reflectits en el resum biogràfic de la targeta d'invitació a aquest acte [reproduït en l'annex de la pàgina 11] o, amb força més detalls, en els pòsters exposats a l'entrada d'aquest auditori.

A canvi faré unes consideracions sobre la seva obra que han estat escollides amb la intenció de subratllar algunes de les vir-

tuts d'una ment prodigiosament fecunda i clara. Al meu entendre, aquestes virtuts són la base de la qual han brotat les seves extraordinàries contribucions científiques i, com a conseqüència, els reconeixements de què ha estat objecte.

A les persones que cursàvem matemàtiques a finals dels anys seixanta, les primeres onades d'Atiyah ens van arribar en forma de dos llibres. El primer porta per títol *K-Theory* i fou publicat el 1967 per l'editorial Benjamin. El segon llibre fou l'"Atiyah-Macdonald", és a dir, la *Introduction to commutative algebra*, que va ser publicat el 1969 per Addison-Wesley. Són llibres molt diferents, i en molts sentits, però ambdós ens van revelar noves vies per crear coneixement i ens van meravellar per la seva insuperable habilitat de fer-nos-el accessible.

El llibre *K-Theory* conté les notes de les conferències que Atiyah va impartir a Harvard la tardor de 1964. En aquell moment, fa deu anys que Atiyah ha acabat brillantment la seva etapa de formació a Cambridge i des d'aleshores ha publicat un seguit d'articles que mostren l'amplada i profunditat de la seva mirada. Entre aquests articles hi ha els que va escriure en col·laboració amb Friedrich Hirzebruch sobre l'anomenada "teoria  $K$ ". Dóna fe de la significació d'aquests treballs el fet que el 1962 comparteix la conferència *The Grothendieck ring in geometry and topology* al Congrés Internacional de Matemàtics (ICM) celebrat a Estocolm. La importància d'aquesta teoria quedarà encara més clara en els desenvolupaments posteriors relacionats amb la "teoria de l'índex".

L'altre llibre que he esmentat, *Introduction to commutative algebra*, fou escrit per Michael Atiyah i Ian Macdonald en ocasió d'un curs impartit a Oxford a estudiants de tercer de la llicenciatura de matemàtiques. Per a molts matemàtics és un llibre modèlic. Presenta a la perfecció, en menys de 140 pàgines, les idees essencials del tema, incloent-hi les connexions amb la geometria algebraica i la teoria de nombres. Els problemes al final de cada capítol, molt ben escollits, formen una part integral del disseny del llibre. La seva solució sistemàtica és essencial per a

una comprensió cabal de les idees i no voldria deixar de dir que aquesta tasca s'ha considerat, des de la publicació del llibre, com una mena de ritus iniciàtic per a l'estudiantat de matemàtiques. Ha estat, doncs, i continua essent, una referència obligada per als estudiants de matemàtiques i per als professors d'àlgebra. La versió castellana, a càrrec de Griselda Pascual (1926-2001), fou publicada el 1973 per l'editorial Reverté i és la versió més usada entre els nostres estudiants.

Entre l'ICM de 1962 i l'ICM de 1966, Michael Atiyah inicia recerques sobre el que Isràil M. Gel'fand anomena el "problema de l'índex" (fa referència al nombre de solucions independents dels sistemes d'equacions en derivades parcials anomenats *el·líptics*) i aviat troba una estratègia per resoldre'l. Per dur a terme aquesta estratègia troba adient col·laborar amb I. Singer (publiquen un article fonamental el 1963) i amb R. Bott (dos articles clau sobre la qüestió, un el 1964 i l'altre el 1966). A més, generalitza el problema a les "varietats amb vora" (aquest resultat apareix com a apèndix del volum 57 dels "Annals of Mathematics Studies" de Princeton, el qual conté els fruits d'un seminari fet el 1965 sobre *The Atiyah-Singer index theorem*).



*"M'adonava de la significació del teorema de l'índex i que era el millor del meu treball, però hauria estat difícil predir que el tema em continuaria ocupant, de diverses maneres, durant els vint anys següents. A més, m'hauria sorprès molt si se m'hagués dit que aquest treball seria important, en el seu moment, per a la física teòrica"* (del Comentari al tercer volum dels *Collected Works d'Atiyah*).

Arribem així a l'ICM de 1966, celebrat a Moscou, en el qual M. Atiyah és merescudament guardonat amb la medalla Fields:

Michael Francis Atiyah (Universitat d'Oxford). Ha treballat amb Hirzebruch en teoria  $K$ ; ha demostrat, conjuntament amb Singer, el teorema de l'índex per a operadors el·líptics sobre varietats complexes; ha treballat conjuntament amb Bott per demostrar un teorema del punts fixos relacionat amb la "fórmula de Lefschetz".

És obligat esmentar aquí la monografia *Elliptic operators and compact groups* (Springer-Verlag, 1974). Està basada en el cicle de conferències que Atiyah va impartir el 1971 a l'Institut d'Esudis Avançats de Princeton i en certa manera és a la teoria de l'índex d'Atiyah-Singer el que el llibre *K-Theory* fou per a la teoria  $K$  d'Atiyah-Hirzebruch. Potser és menys coneguda, però és magistral en el propòsit (una extensió de la teoria de l'índex als operadors "transversalment el·líptics"), en la varietat i sofisticació de les tècniques usades, i en la brevetat (menys de cent pàgines!).

En aquest punt és oportú fer referència al fet que el 1975, fruit d'un curs d'estiu al CIME (Centro Internazionale Matematico Estivo, a Itàlia), Atiyah publicà un altre report sobre la teoria de l'índex, amb el títol *Classical groups and classical differential operators on manifolds*, que encara avui constitueix una excel·lent introducció al tema.

La següent onada d'Atiyah ens arribà a finals dels anys setanta. Més concretament, el 1979, amb la monografia *Geometry of*

*Yang-Mills fields*, corresponent a les "Lezioni Fermiane" promogudes per l'Accademia Nazionale dei Lincei i l'Scuola Normale Superiore de Pisa. En el moment d'impartir aquestes lliçons, només havia passat un any des del moment en què Atiyah va orientar el seu interès envers les anomenades "teories *gauge*", o de "Yang-Mills", amb l'atenció posada en la interacció entre la geometria i la física. Enfocat a una audiència de físics i matemàtics, és un treball de síntesi de diversos punts de vista, incloent-hi el del "programa *twistor*" de Penrose, i que conté construccions i resultats molt celebrats en aquell moment, com pot ser la construcció de solucions autoduals de les equacions de Yang-Mills (anomenades *instantons*), fruit d'Atiyah, Ward, Drinfeld i Manin. Com en les monografies esmentades abans, l'extensió del treball no arriba a les cent pàgines.

La influència d'aquesta monografia, i dels nombrosos treballs en la mateixa direcció que la van seguir, ha estat immensa. Sens dubte es pot prendre com el punt en què es va restablir la mena d'interacció constructiva entre física i matemàtiques que s'havia perdut en la primera meitat del segle XX (amb algunes excepcions, com és el cas de Hermann Weyl). De fet aquest restabliment ha estat amb escreix, ja que si fins aleshores havien estat les matemàtiques les que s'aplicaven a la física, a partir d'aleshores s'ha anat veient cada cop més clar que les idees inspirades en la física poden tenir unes conseqüències extraordinàries en el món de les matemàtiques.

La cresta de la singular onada que va seguir es pot identificar amb la publicació el 1990 de la breu monografia *The geometry and physics of knots*, la qual recull les conferències impartides per Atiyah el 1988 a Florència sota els auspicis de l'Accademia Nazionale dei Lincei. L'objecte d'aquesta meravellosa obra és "exposar la teoria de Jones, transformada per Witten en una teoria quàntica de camps topològica". És una frase certa, però per comprendre'n l'abast és necessari fer-se càrrec de tres desenvolupaments que han tingut lloc entre *The geometry of Yang-Mills fields* i *The geometry and physics of knots*, tot fixant-nos en el paper que hi va tenir Atiyah.

Un primer esdeveniment sorprenent es va produir a principis dels anys vuitanta per obra de Simon Donaldson, un deixeble d'Atiyah, quan va usar les equacions de Yang-Mills per deduir espectaculars resultats sobre la geometria en dimensió 4 (la dimensió de l'espaitemps d'Einstein). Per aquests treballs, Donaldson fou guardonat amb la medalla Fields en l'ICM de 1986 (Berkeley).

El segon desenvolupament va associat al físic Edward Witten, que mereix una menció molt especial. En justes paraules del mateix Atiyah: "El seu domini de les matemàtiques és assolit per pocs matemàtics, i la seva habilitat per interpretar idees físiques en forma matemàtica és única. Repetidament ha sorprès la comunitat matemàtica amb aplicacions brillants de la intuïció física que han conduït a nous i profunds teoremes matemàtics." Aquestes paraules s'han extret de la descripció del treball de Witten en ocasió de l'atorgament de la medalla Fields a l'ICM de 1990 (Kyoto), cosa que el va convertir en l'únic físic a qui s'ha fet aquesta alta distinció.

I el tercer desenvolupament que cal considerar és el treball de Vaughan Jones, que va obtenir, cap a finals dels anys vuitanta, nous invariants de nusos (objectes de natura purament topològica) mitjançant idees relacionades amb la física. Per aquests treballs, Jones també va ser guardonat amb la medalla Fields a l'ICM de Kyoto.

I és en aquest punt que Atiyah presenta un treball en un simposi sobre Hermann Weyl (1987), en el qual conjectura que la teoria de Donaldson i els invariants de Jones han de tenir una explicació basada en la teoria quàntica de camps. Aquesta interpretació l'exposa poc després Witten en dos articles publicats el 1989, un relatiu a Jones i l'altre a Donaldson, que inicien la teoria quàntica de camps topològica. D'aquesta manera s'entén millor l'objecte de *The geometry and physics of knots*: "exposar la teoria de Jones, transformada per Witten en una teoria quàntica de camps topològica".

Els he parlat d'una part molt significativa de l'obra de Michael Atiyah, però he de dir que quant a extensió només és una petita

fracció de la seva obra fins al 2004. En efecte, els sis volums actuals dels seus "Collected Works", publicats el 1988 i el 2004 (5 i 1 volums, respectivament), apleguen més de quatre mil pàgines, mentre que les memòries de què hem parlat (*K-Theory*, *The geometry of Yang-Mills fields*, *Elliptic operators and compact groups*, *Classical groups and classical differential operators on manifolds* i *The geometry and physics of knots*) no arriben a les cinc-cents pàgines.

És un motiu de satisfacció recordar aquí que Michael Atiyah fou guardonat el 2004, conjuntament amb I. Singer, amb el Premi Abel "pel seu descobriment del teorema de l'índex, que uneix topologia, geometria i anàlisi, i pel seu destacat paper en l'establiment de ponts entre les matemàtiques i la física teòrica".

Un aspecte interessant de l'obra d'Atiyah és que conté un bon nombre de peces (gairebé quaranta) que ell en diu "quasi-matemàtiques" i que de fet són assajos, visions panoràmiques d'alguna qüestió o escrits biogràfics. Pel que fa a l'extensió no arriba a una dècima part de la seva obra coneguda, però tenen una gran importància perquè ofereixen vies més planeres d'accés al seu pensament que les dels articles més tècnics. A més, posen de manifest que Atiyah és també un escriptor de primera fila. La seva prosa és fluida, nítida, efectiva. No s'entrebanca en res, no conté coses supèrflues i sempre fa la impressió que ho ha dit tot.

Michael Atiyah ha visitat Barcelona el 1997, el 1998 i el 2007. El propòsit de les visites de 1997 i 1998 va ser presidir les reunions del Comitè Científic del 3r Congrés Europeu de Matemàtiques (3ecm). La institució amfitriona fou la Societat Catalana de Matemàtiques (Institut d'Estudis Catalans), com a responsable de l'organització del 3ecm per delegació de la Societat Matemàtica Europea.

Deixin-me recordar aquí que els esforços constants de Michael Atiyah van tenir un paper decisiu en la fundació d'aquesta societat.

La institució amfitriona en la visita de 2007 va ser la Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME) de la UPC i el propòsit va ser la impartició de la conferència *keynote* titulada *Riemann's in-*

*fluence in analysis, geometry and number theory* en el marc del Curs Riemann de l'FME.

En la visita de 2007, Atiyah també fou invitat pel Centre de Recerca Matemàtica a fer una conferència amb el títol de *Duality in mathematics and physics*. Aquesta conferència es va impartir a la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona.

Deixin-me tornar per un moment a l'Any Mundial de les Matemàtiques (l'any 2000). Una de les nombroses activitats de Michael Atiyah en aquella ocasió fou presidir el desenvolupament del projecte de la Unió Matemàtica Internacional, que acabà amb la publicació del llibre *Mathematics: frontiers and perspectives* (American Mathematical Society, 2000). Un dels articles ("The two cultures of Mathematics", de W. T. Gowers) inclou la següent citació, extreta d'una entrevista de Minio a Atiyah:

**Minio.** Com selecciona un problema per estudiar-lo?

**Atiyah.** Penso que pressuposa una resposta, però no crec que sigui la meua manera de treballar. Hi ha persones que s'asseuen i es diuen: "Com he de resoldre aquest problema?". Jo no ho faig. El que faig és moure'm per les aigües matemàtiques, pensant, essent curiós, conreant l'interès, parlant amb persones, suscitant idees; sorgeixen coses i les segueixo. O veig que alguna cosa es relaciona amb alguna altra que conec, les intento connectar i progressen. Pràcticament no he començat mai amb una idea concreta del que faré o d'on voldria arribar. Estic interessat en les matemàtiques; parlo, aprenc, debato, i és així que simplement sorgeixen preguntes interessants. No he començat mai amb un objectiu concret, excepte el d'entendre les matemàtiques.

Professor Sir Michael Francis Atiyah, estem molt agraïts, molt contents i molt orgullosos que hagi acceptat la nostra invitació a rebre un doctorat *honoris causa* de la nostra universitat, i, per extensió, de la comunitat matemàtica en general.

Permeti'm acabar intentant donar-li la benvinguda a la nostra institució, a la nostra comunitat matemàtica, en una de les llengües que estima des la seva infantesa i adolescència:

(marhában bik fi jamatina) مرحبا بك في جامعتنا

## Annex: Resum biogràfic

Michael Francis Atiyah (Londres, 1929) es llicencià a Cambridge (GB). Estudiant de W. Hodge, fou elegit *Fellow* del Trinity College (Cambridge) el 1954 i un any després obtingué el doctorat. Poc després anà a l'Institut d'Estudis Avançats (IAS) de Princeton, després a Cambridge (lector el 1957, *Fellow* del Pembroke College el 1958) i a Oxford (1961), on fou *Fellow* del St. Catherine's College. En el període 1963-1969 ocupà la *Savilian Chair* de Geometria a Oxford. Després del nomenament el 1969 com a professor de Matemàtiques a l'IAS, el 1973 esdevingué professor de recerca de la Royal Society a Oxford i *Fellow* del St. Catherine's College. El 1990 fou nomenat *Master* del Trinity College (Cambridge) i primer director de l'Institut per a les Ciències Matemàtiques "Isaac Newton". President de la Royal Society (1990-1995) i *Chancellor* de la Universitat de Leicester (1995-2007), actualment és professor emèrit a la Universitat d'Edimburg i president de la Royal Society d'Edimburg. L'any 2000, el professor Atiyah presidí el Comitè del Programa Científic del **3ecm** (3r congrés de la European Mathematical Society, Barcelona, juliol de 2000).

Els assoliments científics del professor Atiyah fins al 2004 es reflecteixen fidelment en els sis volums dels seus *Collected Works* (CW). Publicats per l'Oxford University Press, amb un total de més de quatre mil pàgines, constitueixen un preciós tresor de resultats i d'idees que continuaran inspirant les noves generacions com ho han fet fins ara. Són la font insubstituïble per conèixer les troballes i els desenvolupaments originals d'una ment prodigiosa, reconeguda amb una llista impressionant de distincions que inclouen les més altes que es concedeixen en el camp de les matemàtiques: la Medalla Fields (1966) i el Premi Abel (2004), aquest compartit amb I. Singer per un resultat (el teorema de l'índex d'Atiyah-Singer) que va posar de manifest profundes connexions entre la geometria i l'anàlisi (CW 3 i 4) i posteriorment entre aquests dominis i la física (CW 5). Felicitment, és membre estranger de la Reial Acadèmia de Ciències d'Espanya.

La col·laboració amb Singer persistí més de vint anys. Dues de les moltes altres col·laboracions científiques d'Atiyah foren igualment intenses i fructíferes: amb F. Hirzebruch, durant més d'una dècada, sobre els fonaments de la teoria  $K$  topològica i el seu ús per resoldre problemes importants i difícils (CW 2), i amb R. Bott, durant més de vint anys, especialment recordada per la fórmula dels punts fixos d'Atiyah-Bott. Al final dels anys setanta, Atiyah començà a construir nous ponts entre les matemàtiques i la física teòrica, cosa que va originar un corrent de noves idees i renovada energia per una florida sense precedents d'ambdues (CW 5 i 6). Mereix aquí un esment especial la seva interacció amb E. Witten, sobretot des de la primera dels anys noranta, que ha dut a profunds discerniments sobre l'enrevessada i desconcertant natura de la relació, en les dues direccions, entre les matemàtiques i la teoria quàntica de camps.

El professor Atiyah ha tingut molts deixebles (S. Donaldson, N. Hitchin, F. Kirwan, P. Kronheimer, G. Lusztig, G. Segal, entre d'altres) i és plenament actiu tant en recerca com en molts altres àmbits. Actualment, per exemple, col·labora amb el distingit neurofisiòleg S. Zeki en estudis del cervell humà, particularment quan efectua operacions matemàtiques.

Al desembre impartí una conferència a l'FME per emmarcar el curs Riemann ([www-fme.upc.edu](http://www-fme.upc.edu)).



# DISCURS PRONUNCIAT PEL PROFESSOR SIR MICHAEL F. ATIYAH

Deixin-me primer expressar-los com em satisfà i m'honora rebre aquesta distinció de la Universitat Politècnica de Catalunya, que continua la col·laboració i l'amistat que sorgiren durant el Congrés Europeu de Matemàtiques, celebrat a Barcelona fa vuit anys, i que, a més, és un reconeixement a l'afinitat que hi ha entre Catalunya i Escòcia, el lloc on ara visc i treball. La història de tots dos països i les seves fortes identitats culturals tenen unes grans semblances, fet que ha quedat remarcat amb la construcció del nou Parlament escocès segons el disseny d'un famós arquitecte català, Enric Miralles, que dissortadament morí abans de veure'n la seva finalització.

Una ocasió com aquesta és una bona oportunitat per reflexionar sobre les matemàtiques, el camp d'expertesa al qual he dedicat la vida. Què són les matemàtiques? Aquesta és la qüestió fonamental que vull considerar. Podem parlar de matèries específiques, com ara la geometria, l'aritmètica o l'àlgebra; podem il·lustrar-ho esmentant teoremes famosos com són el vell teorema de Pitàgores o el més recent "darrer teorema de Fermat", però això és un mer aperitiu que només descriu, no defineix.

La meva resposta és que les matemàtiques són un llenguatge, un mitjà específic de comunicació que es pot comparar profitosament amb els llenguatges naturals, com ara l'anglès o el català. Són constructes culturals que han evolucionat durant

milers d'anys i que forneixen el marc de la civilització. Un nadó no parla ni sap matemàtiques. Tanmateix, donat un entorn social apropiat, els capta ràpidament tots dos, cosa que posa de manifest que el cervell humà té la capacitat innata de parlar i comptar. Si bé aquesta capacitat és present, de manera limitada, en molts animals, només l'*Homo sapiens* ha desenvolupat la capacitat de fer llargs discursos i de demostrar teoremes significatius. Són els trets distintius de la nostra espècie.

És instructiu comparar la prehistòria del llenguatge i de les matemàtiques. Abans de l'escriptura, les persones es comunicaven mitjançant la parla, que devia d'incloure alguns conceptes matemàtics elementals. Els primers humans devien elaborar eines i, així, devien conèixer la diferència entre una pedra (rodona) i una fletxa (recta).

Un exemple sorprenent s'esdevingué a Escòcia fa 4.000 anys. Si bé la vida era primitiva i no hi ha indicis de llenguatge escrit, em va sorprendre molt descobrir que ja coneixien els cinc sòlids platònics, incloent-hi el més elaborat, l'icosàedre, format per vint triangles equilàters. D'aquests models, se'n troben molts al nord d'Escòcia, cosa que revela un grau sorprenent de sofisticació matemàtica.

Però fou l'emergència de l'escriptura que permeté a la civilització fer un progrés ràpid. Primer amb llenguatges pictogràfics, com són els jeroglífics egipcis, que evolucionaren vers l'alfabet llatí modern (per bé que hem de reconèixer que els caràcters xinesos no van pas frenar la civilització a Àsia).

La matemàtica ha evolucionat d'una manera similar amb la introducció de notacions i simbolismes millors. L'Imperi romà funcionà força bé amb les xifres romanes, però la substitució per la notació decimal àrabi fou un pas de gegant. Confesso que estic desconcertat per la manera com els enginyers romans construïren uns edificis tan magnífics amb un simbolisme aritmètic tan primitiu. Intentin multiplicar nombres grans usant xifres romanes i entendran el meu astorament davant les edificacions romanes.

Curiosament, l'arribada de la notació decimal a l'Europa occidental durant el Renaixement fou, amb molta certesa, a través d'Espanya, on es produí un profitós encontre de les cultures àrab i llatina en llocs com ara Toledo. Tanmateix, en adoptar la notació decimal aràbiga, l'Occident va cometre un error considerable que no es reconeix gaire. Com saben, l'àrab s'escriu de dreta a esquerra i, lògicament, quan els europeus adoptaren les xifres decimals aràbigues n'haurien d'haver invertit l'ordre. El resultat d'aquest error és que quan escrivim tres dígits, com ara 462, no sabem, fins que no acabem, si el primer dígit, 4, representa les unitats, les desenes o les centenes. Per als àrabs, que llegeixen de dreta a esquerra, aquesta confusió no existeix.

A més de comparar l'evolució històrica de les matemàtiques i del llenguatge natural, també podem comparar-ne les funcions, descrivint-ne els diversos usos.

Així, el llenguatge té un ús pràctic per als afers diaris, un ús literari per transmetre idees més abstractes i un ús poètic per expressar les emocions. Hi ha una divisió similar en la matemàtica entre utilitat, que mena a la matemàtica aplicada, i la matemàtica pura, més enfocada a idees abstractes.

A la part superior hi ha l'aspecte estètic de la matemàtica, on la bellesa és la llum que ens guia. Aquesta idea la desenvoluparé aquesta tarda en la meva conferència al Museu.

Deixin que els digui, en aquest punt, que a molts dels meus col·legues matemàtics no els agrada dir que la matemàtica és un mer llenguatge. Diuen que el missatge és, clarament, més important que el mitjà. Ben cert; però cal considerar que un llenguatge flexible pot transmetre molts missatges. Comparar la matemàtica amb l'anglès, posem per cas, no la denigra. Un mitjà que transmet els pensaments de Shakespeare és un dels triomfs més elevats de la humanitat. El mateix val per a la matemàtica, el mitjà amb què podem accedir a les idees de Gauss.



Ara voldria introduir-me en el camp de l'educació. Generalment es reconeix que la llengua i la matemàtica són els dos pilars de l'educació. En altres temps, la llengua que es coneixia no era només la vernacle (l'anglès o l'espanyol), sinó també el llatí i el grec, que facultaven l'estudiant per llegir la Bíblia i els autors clàssics. A més, el domini d'aquestes difícils llengües es considerava un bon entrenament de la ment, amb la qual cosa no sols es formava doctes en els clàssics, sinó també advocats, sacerdots, metges i polítics.

En la comparació de la matemàtica amb el llenguatge natural hi ha una diferència notable. Malgrat la diversitat de la cultura humana arreu del món, la matemàtica és essencialment universal. Les diferències històriques entre les matemàtiques dels diferents països han desaparegut. La matemàtica xinesa és la mateixa que l'espanyola, cosa que no es pot dir del llenguatge natural. En àmbits científics s'usa habitualment l'anglès, que fa el



paper previst originàriament per al llenguatge artificial que és l'esperanto. Potser algun dia aquest paper el tindrà el xinès, però mentrestant preferim la diversitat lingüística.

Els matemàtics usem els símbols algebraics perquè són més concisos que les paraules, però en els nostres pensaments (i fins i tot en molts dels nostres escrits) usem les paraules per transmetre conceptes. Si agafen una revista matemàtica, se sorprendran de trobar-hi que el simbolisme no se n'hagi apoderat completament i que hi predominin les paraules habituals. A la inversa és diferent. Llibres i diaris sovint usen nombres, però només d'una manera molt reduïda. Hi ha una certa resistència a usar fórmules entre els qui no són matemàtics. Ho vaig descobrir quan el meu centre a Oxford redactava uns nous estatuts. S'hi descrivia detalladament com calia regular el nombre de les diferents categories de *Fellows*.

Els vaig llegir amb cura i vaig comprovar que podia canviar diverses pàgines de text per una única fórmula. Si bé els meus

col·legues, comptant-hi els advocats, van reconèixer la brevetat i la lògica de la meva formulació, es van oposar a l'ús d'una fórmula simbòlica i la van tornar a transcriure a l'anglès. Els van caldre diverses línies, però almenys el resultat fou millor que l'original.

Permetin-me, com a il·lustració, descriure l'educació al Cambridge del segle XIX, on les matemàtiques van ocupar el lloc de les llengües clàssiques com la millor forma d'entrenament mental.

A causa de la fama i el llegat d'Isaac Newton, es va atorgar a la matemàtica un lloc preeminent, amb la qual cosa va acabar dominant tot el procés formatiu. Es considerà que la pràctica medieval dels exàmens orals basats en l'art de la retòrica era inapropiada per a les matemàtiques, amb la qual cosa s'hi van introduir els exàmens escrits, que van esdevenir molt competitius. El rànquing de candidats s'ordenava estrictament pels mèrits. Als de la categoria més alta se'ls atorgava el títol de *wrangler*. El primer d'aquests s'anomenava *the senior wrangler* i la seva fama i fortuna quedaven efectivament garantides.



Aquestes conteses anuals eren com curses de cavalls. Dels probables guanyadors se'n parlava obertament a la premsa nacional i s'apostava sobre els resultats. Els preparadors eren primordials i a Cambridge s'anomenaven *coaches*. No he descobert fins fa poc que *coach*, paraula que actualment s'usa en esports com ara el tennis o el futbol, prové de l'argot estudiantil de Cambridge. Els estudiants van copsar l'analogia entre el *coach*, o carruatge, que anava de Cambridge a Londres i els seus professors. Ambdós, carruatges i estudiants, havien de seguir un camí precís per arribar al seu objectiu. Des de les matemàtiques, el mot *coach* es difongué primer a la famosa cursa de rem Oxford-Cambridge i després als esports en general.

Preparadors i exàmens dominaven l'escenari de Cambridge i una gran part de la recerca es publicà primer en forma de problemes d'examen. Per exemple, un teorema famós de geometria diferencial, que té molta importància en física, conegut com a teorema de Stokes, aparegué primer en l'examen de 1854. Era l'any en què s'examinava el jove James Clerk Maxwell, que més tard esdevindria el físic més gran del seu temps, i es diu que fou l'únic estudiant que el resolgué satisfactòriament.

A propòsit d'això, deixin-me fer esment que una gran part del temps i l'energia que he esmerçat els darrers anys han estat dedicats a promoure que s'erigís una estàtua de Maxwell al centre d'Edimburg. Espero que serà descoberta el proper novembre. Edimburg ja està prou ben proveïda d'estàtues d'homes famosos, com ara Adam Smith, l'economista, i David Hume, el filòsof. També té estàtues de reis, polítics i teòlegs. Però la ciència natural, tot i la seva gran importància intel·lectual i pràctica, mai no ha estat reconeguda. Maxwell redreçarà la balança. Edimburg per fi retrà homenatge al seu fill més famós.

El sistema de Cambridge de preparar matemàtics proposant-los problemes d'examen desafiadors, produí una escola de físics matemàtics de primera línia. Impressionat per aquest sistema, Felix Klein intentà importar-lo al seu país, Alemanya. Trasplantar pràctiques educatives, però, és tan difícil com tras-

plantar espècimens botànics, s'han d'adaptar al sòl, i la temptativa de Klein fracassà.

Al segle XIX l'educació superior estava reservada als homes. Més tard, quan a Cambridge es van fundar escoles femenines, es permetia a les dones fer els mateixos exàmens que els homes, i fins i tot els seus noms apareixien en el rànquing final (entre el quinzè i setzè lloc, per exemple), però no se'ls atorgava cap titulació.

L'any 1890 es produí el fet remarcable que una dona, Phillipa Fawcett, es classificà millor que el primer de la promoció, cosa que produí notícies sensacionals a les primeres pàgines dels diaris i celebracions extravagants a Cambridge. Però no fou fins a 1945 que finalment Cambridge atorgà titulacions a les dones.

Per concloure, deixin-me dir-los com m'ha delectat ser un matemàtic, participant d'una experiència cultural tan extensa, bella i universal. En particular he fet contactes amb matemàtics d'arreu del món, incloent-hi Barcelona. Els agraeixo de nou haver-me atorgat el títol de doctor *honoris causa* de la seva universitat.

# PARAULES DEL RECTOR DE LA UNIVERSITAT POLITÀCNICA DE CATALUNYA

Antoni Giró Roca

Membres de la comunitat universitària  
(*y de manera especial los que se han desplazado desde fuera de  
Cataluña*),  
membres del Consell Social,  
digníssimes autoritats,  
Dr. Michael Francis Atiyah,  
senyores i senyors,

La Universitat Politècnica de Catalunya té l'honor d'investir avui  
com a doctor *honoris causa*, i d'incorporar-lo al seu Claustre, un  
dels matemàtics més rellevants de les últimes dècades.

El prof. Atiyah ha estat guardonat, entre moltes altres distincions,  
amb la medalla Fields (1966), que atorga la Unió Matemàtica  
Internacional, i amb el Premi Abel (2004), atorgat per  
l'Acadèmia de Ciències de Noruega. Es tracta dels reconeixements  
més prestigiosos que pot rebre un matemàtic i que bé es  
poden considerar com els premis Nobel de les matemàtiques.

Sens dubte, el Dr. Atiyah ja va néixer amb un do per a les  
matemàtiques. Així ho demostren algunes anècdotes de la seva  
infantesa. Però la seva formació va anar sempre encaminada a  
trobar les millors opcions arreu del món, a relacionar-se amb els  
talents més indiscutibles. Per motius familiars, durant els pri-  
mers anys de vida i la joventut va haver de traslladar-se en diver-  
ses ocasions, no només de domicili, no només de país, sinó que  
va haver de viure en diversos mons, diverses civilitzacions, i va  
haver d'adaptar-s'hi. Però, lluny que aquesta circumstància fos  
un entrebanc per al seu creixement, ell sempre ho va viure com  
una gran oportunitat, que va saber aprofitar en tots els sentits.

Després de rebre una bona preparació inicial a Egipte, al  
Victoria College, va continuar la seva etapa escolar a  
Manchester. Aviat les seves habilitats el van portar a ser escollit  
per completar els seus estudis al Trinity College, centre de  
referència on havien estudiat grans científics com ara Newton,  
Maxwell o Russell, per posar-ne alguns exemples.

Va graduar-se a Cambridge, amb un dels millors currículums.  
Els seus primers passos en el món de la recerca matemàtica els  
va donar de la mà de Hodge. A partir d'aquí, mai no va deixar  
perdre una oportunitat per buscar la relació amb tots aquells  
geòmetres o físics amb qui podia compartir teories, buscant  
sempre l'esforç col·lectiu i la convergència cap a un projecte  
interdisciplinari comú. Així ho demostra la consecució del  
famós teorema d'Atiyah i Singer, complementat posteriorment  
gràcies a la relació amb Bott i Patodi.

I és que el Dr. Atiyah sempre ha estat un gran defensor del tre-  
ball pluridisciplinari, i en la relació entre les matemàtiques i la  
física –entre matemàtics i físics– ha desenvolupat un paper de  
pont que ha estat fonamental.

Però més enllà del món de les matemàtiques i de les ciències en  
general, vull remarcar ara un altre tret de la seva personalitat,  
que ha marcat la seva trajectòria. Cosmopolita –per realitat i per  
convicció–, no ha perdut mai una oportunitat per establir i con-

solidar relacions que han contribuït molt positivament a estrènyer els llaços entre l'Orient i l'Occident. En aquest sentit, podem dir que el Dr. Atiyah és un ferm defensor del diàleg entre cultures. Per tant, també serà des d'ara mateix un referent per a la Fundació UBUNTU (Fòrum Mundial de Xarxes de la Societat Civil), que presideix el Dr. Mayor Zaragoza i que té la seu a la nostra universitat.

Avui, el Dr. Atiyah ens ha fet una magnífica dissertació sobre el llenguatge de les matemàtiques, sobre la seva universalitat i sobre la seva evolució al llarg dels segles d'història de la civilització, fins a arribar als més destacats matemàtics de l'actualitat. Ens ha parlat també dels símils que existeixen entre el llenguatge natural i el llenguatge matemàtic.

Jo també voldria destacar la referència que ha fet a l'afinitat que existeix entre Catalunya i Escòcia. Com a físic i admirador dels treballs de Maxwell, em complau d'una manera especial els seus esforços per promoure'n el reconeixement públic. És ben cert que sovint, quan es parla de cultura, s'oblida una part molt important: la cultura científica. Al meu entendre, un dels exemples més brillants de la importància del llenguatge matemàtic i de la seva potencialitat són les equacions de Maxwell. Veure com tots els principis i fenòmens de l'electricitat i del magnetisme es poden condensar en quatre lleis, quatre fórmules que no ocupen més de quatre línies, sempre m'ha deixat impressionat.

D'aquesta manera ho expressa el físic i poeta David Jou, en el seu poema "Les equacions de Maxwell":

*I el nombre, i la síntesi, i per fi la unitat:  
En només quatre lleis, tants milers de fenòmens,  
I encara molt més; per sorpresa, la llum,  
Tota la llum,  
La velocitat de la llum.*

Fa uns anys, amb motiu de l'Any Mundial de la Física, celebrat a Catalunya, vàrem promoure el lema següent: "La física és a la



base de tot." Honestament, i després d'escoltar la conferència del Dr. Atiyah, caldria dir: "La física, de la mà de les matemàtiques i amb la força del seu llenguatge, és a la base de tot."

Permeteu-me que faci ara referència a la relació que el professor Atiyah ha tingut amb Catalunya i amb la UPC. Va ser amb ocasió de la celebració a Barcelona del 3r Congrés Europeu de Matemàtiques, l'any 2000, que va consolidar una relació professional i d'amistat amb el professor Sebastià Xambó –aleshores president de la Societat Catalana de Matemàtiques–, i va establir vincles amb la comunitat acadèmica de la nostra universitat.

A l'entrada d'aquest auditori haureu trobat una exposició de vuit plafons, que us convido a visitar si encara no ho heu fet. Aquesta exposició il·lustra alguns interessants aspectes de la vida i de l'obra del professor Atiyah, preparada amb tot detall, cura i il·lusionisme pel degà de la nostra Facultat de Matemàtiques i Estadística, professor Xambó, a qui públicament agraeixo la seva tasca.



Vull expressar també el meu agraïment a la Facultat de Matemàtiques i Estadística i a les altres cinc unitats que vau presentar conjuntament la proposta (els quatre departaments de Matemàtica Aplicada de la nostra universitat, i el Departament d'Estadística i Investigació Operativa), i agraïxo també al Consell de Govern haver-hi donat suport per unanimitat.

Professor Atiyah, aquesta cerimònia d'investidura com a doctor *honoris causa* que avui celebrem representa, d'una banda, el reconeixement, per part de la Universitat Politècnica de Catalunya, dels vostres ben coneguts mèrits com a científic i és l'expressió de la nostra felicitació més sincera i profunda. De l'altra, simbolitza l'agraïment de la nostra universitat a un científic infatigable, que, en el decurs de la seva dilatada trajectòria cercant nous horitzons, s'ha apropat a la nostra Facultat de Matemàtiques i Estadística i als seus docents i investigadors.

Permeteu-me que us manifesti una sana enveja de la vostra energia i plena activitat, que manteniu com si fóssiu coneixedor d'una fórmula matemàtica secreta sobre l'energia vital.

I acabo ja. El professor Atiyah afegeix aquesta distinció a una llarga llista de reconeixements que ha rebut durant la seva carrera. Un bon nombre d'universitats, abans que la nostra, han reconegut amb aquesta mateixa distinció –el doctorat *honoris causa*– la seva brillant trajectòria. Avui som nosaltres els qui tenim el goig d'incorporar Sir Michael Francis Atiyah al Claustre Universitari.

Professor Atiyah, our Senate is also distinguished with the honour of your membership.

Moltes gràcies.

# ELOGIO DE LOS MÉRITOS DEL PROFESOR SIR MICHAEL F. ATIYAH

Sebastià Xambó Descamps

Rector magnífico;  
distinguidos miembros del Claustro y del Consejo Social;  
autoridades académicas, profesores, estudiantes, personal de  
administración y servicios;  
presidente, vicepresidente y secretario de la Conferencia de  
Decanos de Matemáticas;  
honorable cónsul del Reino Unido en Barcelona;  
invitados, amigas y amigos;  
profesor sir Michael Francis Atiyah:

Buenos días, *bon dia, good morning,*  
(*sabah al-khair*) صباح الخير

El protocolo formal de este acto exige "un elogio de los méritos del profesor sir Michael Francis Atiyah". Sin embargo, estos méritos son tan evidentes y extraordinarios, y han sido reconocidos por un conjunto tan numeroso de instancias del más alto nivel en todo el mundo, que no me parece adecuado referirlos aquí, y todavía menos cuando los pueden encontrar en el resumen biográfico de la tarjeta de invitación a este acto (reproducido en el anexo de la página 24) o, mucho más detallados, en los pósteres expuestos en la entrada de este auditorio.

A cambio haré unas consideraciones sobre su obra que han sido seleccionadas con la intención de subrayar algunas de las virtudes de una mente prodigiosamente fecunda y clara. A mi entender, estas virtudes son la base de la que han brotado sus extraordinarias contribuciones científicas y, en consecuencia, los reconocimientos de los que ha sido objeto.

A las personas que cursábamos matemáticas a finales de los años sesenta, las primeras oleadas de Atiyah nos llegaron en forma de dos libros. El primero se titula *K-Theory* y fue publicado en 1967 por la editorial Benjamin. El segundo libro fue el "Atiyah Macdonald", es decir, *Introduction to commutative algebra*, que fue publicado en 1969 por Addison-Wesley. Son libros muy distintos, en muchos sentidos, pero ambos nos revelaron nuevas vías para crear conocimiento y nos maravillaron por su insuperable habilidad para hacérselo accesible.

El libro *K-Theory* contiene las notas de las conferencias que Atiyah impartió en Harvard durante el otoño de 1964. En aquel momento, hacía diez años que Atiyah había acabado brillantemente su etapa de formación en Cambridge y desde entonces había publicado una serie de artículos que mostraban la amplitud y profundidad de su mirada. Entre estos artículos se encuentran los que escribió en colaboración con Friedrich Hirzebruch sobre la llamada "teoría  $K$ ". Da fe de la significación de estos trabajos el hecho de que en 1962 impartiera la conferencia *The Grothendieck ring in geometry and topology* en el Congreso Internacional de Matemáticos (ICM) celebrado en Estocolmo. La importancia de esta teoría quedará todavía más clara en los desarrollos posteriores relacionados con la "teoría del índice".

El otro libro que he mencionado, *Introduction to commutative algebra*, fue escrito por Michael Atiyah y Ian Macdonald con motivo de un curso impartido en Oxford a estudiantes de tercero de la licenciatura de matemáticas. Para muchos matemáticos es un libro modélico. Presenta a la perfección, en menos de 140 páginas, las ideas esenciales del tema, incluyendo las conexiones con la geometría algebraica y la teoría de números. Los pro-



blemas que se encuentran al final de cada capítulo, muy bien escogidos, forman una parte integral del diseño del libro. Su solución sistemática es esencial para una comprensión cabal de las ideas, y no querría dejar de mencionar que esta tarea se ha considerado, desde la publicación del libro, una especie de rito iniciático del estudiantado de matemáticas. Ha sido, pues, y continúa siendo, una referencia obligada para los estudiantes de matemáticas y para los profesores de álgebra. La versión castellana, a cargo de Griselda Pascual (1926-2001), fue publicada en 1973 por la editorial Reverté y es la versión más usada entre nuestros estudiantes.

Entre el ICM de 1962 y el ICM de 1966, Michael Atiyah inició el trabajo de investigación sobre lo que Israil M. Gel'fand llamó el "problema del índice" (se refiere al número de soluciones independientes de los sistemas de ecuaciones en derivadas parciales llamados *elípticos*) y pronto encontró una estrategia para resolverlo. Para llevar a cabo dicha estrategia consideró adecuado colaborar con I. Singer (publicaron un artículo fundamental

en 1963) y con R. Bott (dos artículos clave sobre la cuestión, uno en 1964 y otro en 1966). Además, generalizó el problema en las "variedades con borde" (este resultado aparece como apéndice del volumen 57 de los "Annals of Mathematics Studies" de Princeton, que contiene los frutos de un seminario realizado en 1965 sobre *The Atiyah-Singer index theorem*).

"Me daba cuenta de la significación del teorema del índice y que era un punto importante de mi trabajo, pero habría sido difícil predecir que el tema me continuaría ocupando, de diversas maneras, durante los veinte años siguientes. Además, me habría sorprendido mucho que alguien me hubiera dicho que este trabajo sería importante, en su momento,

para la física teórica" (del Comentario en el 3r volumen de los *Collected Works* de Atiyah).

Llegamos así al ICM de 1966, celebrado en Moscú, en el que es merecidamente galardonado con la medalla Fields:

Michael Francis Atiyah (Universidad de Oxford). Ha trabajado con Hirzebruch en la teoría  $K$ ; ha demostrado, conjuntamente con Singer, el teorema del índice para operadores elípticos sobre variedades complejas; ha trabajado conjuntamente con Bott para demostrar un teorema del punto fijo relacionado con "la fórmula de Lefschetz".

Resulta obligado mencionar aquí la monografía *Elliptic operators and compact groups* (Springer-Verlag, 1974). Está basada en el ciclo de conferencias que Atiyah impartió en 1971 en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton y en cierto modo es a la teoría del índice de Atiyah-Singer lo que la *K-Theory* fue para la teoría  $K$  de Atiyah-Hirzebruch. Quizá es menos conocida, pero

es magistral en el propósito (una extensión de la teoría del índice en los operadores "transversalmente elípticos"), en la variedad y sofisticación de las técnicas usadas y en la brevedad (¡menos de cien páginas!).

Llegados a este punto, es oportuno hacer referencia al hecho de que en 1975, fruto de un curso de verano en el CIME (Centro Internazionale Matematico Estivo, en Italia), Atiyah publicó otro report sobre la teoría del índice, *Classical groups and classical differential operators on manifolds*, que todavía hoy constituye una excelente introducción al tema.

La siguiente oleada de Atiyah nos llegó a finales de los años setenta. Más concretamente, en 1979, con la monografía *Geometry of Yang-Mills fields*, correspondiente a las "Lezioni Fermiane" promovidas por la Accademia Nazionale dei Lincei y la Scuola Normale Superiore de Pisa. Cuando impartió estas lecciones, sólo había pasado un año desde que Atiyah había empezado a orientar su interés hacia las llamadas "teorías gauge", o de "Yang-Mills", con la atención puesta en la interacción entre la geometría y la física. Dirigido a una audiencia de físicos y matemáticos, es un trabajo de síntesis desde distintos puntos de vista, incluyendo el del "programa twistor" de Penrose, y contiene construcciones y resultados muy celebrados en aquel momento, como la construcción de soluciones autoduales de las ecuaciones de Yang-Mills (llamadas *instantones*), debidos a Atiyah, Ward, Drinfeld y Manin. Al igual que en las monografías mencionadas anteriormente, la extensión del trabajo no llega a las cien páginas.

La influencia de esta monografía, y de los numerosos trabajos en la misma dirección que la siguieron, ha sido inmensa. Sin duda se puede tomar como el punto en que se restableció el tipo de interacción constructiva entre la física y las matemáticas que se había perdido en la primera mitad del siglo XX (con algunas excepciones, como es el caso de Hermann Weyl). De hecho, este restablecimiento se ha superado con creces, ya que si hasta entonces habían sido las matemáticas las que se aplicaban a la

física, a partir de entonces se ha ido viendo cada vez más claro que las ideas inspiradas en la física pueden tener unas consecuencias extraordinarias en el mundo de las matemáticas.

La cresta de la singular oleada que siguió se puede identificar con la publicación en 1990 de la breve monografía *The geometry and physics of knots*, que recoge las conferencias impartidas por Atiyah en 1988 en Florencia bajo los auspicios de la Accademia Nazionale dei Lincei. El objeto de esta maravillosa obra es exponer "la teoría de Jones, transformada por Witten en una teoría cuántica de campos topológica". Es una frase sin duda correcta, pero para comprender su alcance es necesario tener presentes tres desarrollos producidos entre *The geometry of Yang-Mills fields* y *The geometry and physics of knots*, y fijarnos en el papel que desempeñó Atiyah.

Un primer acontecimiento sorprendente se produjo a principios de los años ochenta por obra de Simon Donaldson, un discípulo de Atiyah, que usó las ecuaciones de Yang-Mills para deducir espectaculares resultados sobre la geometría en dimensión 4 (la dimensión del espacio-tiempo de Einstein). Por estos trabajos, Donaldson fue galardonado con la medalla Fields en el ICM de 1986 (Berkeley).

El segundo desarrollo va asociado al físico Edward Witten, que merece una mención muy especial. En justas palabras del mismo Atiyah: "Su dominio de las matemáticas es alcanzado por pocos matemáticos, y su habilidad para interpretar ideas físicas en forma matemática es única. Repetidamente ha sorprendido a la comunidad matemática con aplicaciones brillantes de la intuición física que han conducido a nuevos y profundos teoremas matemáticos." Estas palabras se han extraído de la descripción del trabajo de Witten con ocasión del otorgamiento de la medalla Fields en el ICM de 1990 (Kyoto), lo que le convirtió en el único físico al que se ha otorgado esta alta distinción.

Y el tercer desarrollo que debe considerarse es el trabajo de Vaughan Jones, que obtuvo, hacia finales de los años ochenta,

nuevos invariantes de nudos (objetos de naturaleza puramente topológica) mediante ideas relacionadas con la física. Por estos trabajos, Jones también fue galardonado con la medalla Fields en el ICM de Kyoto.

Es en ese momento cuando Atiyah presenta un trabajo en un simposio sobre Hermann Weyl (1987), en el que conjetura que la teoría de Donaldson y los invariantes de Jones deben tener una explicación basada en la teoría cuántica de campos. Poco después Witten expuso esta interpretación en dos artículos publicados en 1989, uno relativo a Jones y el otro a Donaldson, que iniciaron la teoría cuántica de campos topológica. De esta manera se entiende mejor el objeto de *The geometry and physics of knots*: "[exponer] la teoría de Jones, transformada por Witten en una teoría cuántica de campos topológica".

Les he hablado de una parte muy significativa de la obra de Michael Atiyah, pero debo decir que en cuanto a extensión sólo es una pequeña fracción de su obra hasta 2004. En efecto, los seis volúmenes actuales de sus "Collected Works", publicados en 1988 y en 2004 (5 y 1 volúmenes, respectivamente), reúnen más de cuatro mil páginas, mientras que las memorias de que hemos hablado (*K-Theory*, *The geometry of Yang-Mills fields*, *Elliptic operators and compact groups*, *Classical groups and classical differential operators on manifolds* y *The geometry and physics of knots*) no llegan a las quinientas páginas.

Es motivo de satisfacción recordar aquí que Michael Atiyah fue galardonado en 2004, junto con I. Singer, con el Premio Abel "por su descubrimiento del teorema del índice, que une topología, geometría y análisis, y por su destacado papel en la construcción de puentes entre las matemáticas y la física teórica".

Un aspecto interesante de la obra de Atiyah es que contiene un buen número de artículos (aproximadamente cuarenta) que él califica de "casi matemáticas" y que en realidad son ensayos, visiones panorámicas de alguna cuestión o escritos biográficos.

Con respecto a la extensión, no llega a una décima parte de su obra conocida, pero tienen una gran importancia porque ofrecen vías más fáciles de acceso a su pensamiento que las de los artículos más técnicos. Además, ponen de manifiesto que Atiyah es también un escritor de primera línea. Su prosa es fluida, nítida, efectiva. No tropieza con nada, no contiene nada superfluo y siempre da la impresión de que lo ha dicho todo.

Michael Atiyah ha visitado Barcelona en 1997, 1998 y 2007. El propósito de las visitas de 1997 y 1998 fue presidir las reuniones del Comité Científico del III Congreso Europeo de Matemáticas (**3ecm**). La institución anfitriona fue la Sociedad Catalana de Matemáticas (Instituto de Estudios Catalanes), como responsable de la organización del **3ecm** por delegación de la Sociedad Matemática Europea. Permítanme recordar aquí que los esfuerzos constantes de Michael Atiyah tuvieron un papel decisivo en la fundación de dicha sociedad.

La institución anfitriona en la visita de 2007 fue la Facultad de Matemáticas y Estadística (FME) de la UPC y el propósito fue la impartición de la conferencia *keynote* titulada *Riemann's influence in analysis, geometry and number theory* en el marco del Curso Riemann de la FME.

En la visita de 2007, Atiyah también fue invitado por el Centre de Recerca Matemàtica a pronunciar una conferencia, titulada *Duality in mathematics and physics*. Esta conferencia se impartió en la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Barcelona.

Volvamos por un momento al Año Mundial de las Matemáticas (año 2000). Una de las numerosas actividades de Michael Atiyah en aquella ocasión fue presidir el desarrollo del proyecto de la Unión Matemática Internacional que acabó con la publicación del libro *Mathematics: frontiers and perspectives* (American Mathematical Society, 2000). Uno de sus artículos ("The two cultures of Mathematics", de W. T. Gowers) incluye la siguiente cita, procedente de una entrevista de Minio a Atiyah:





**Minio.** ¿Cómo selecciona un problema para su estudio?

**Atiyah.** Pienso que presupone una respuesta, pero no creo que sea mi forma de trabajar. Hay personas que se sientan y se preguntan: "¿Cómo debo resolver este problema?". Yo no lo hago. Yo me muevo por las aguas matemáticas, pensando, siendo curioso, cultivando el interés, hablando con personas, suscitando ideas; surgen cosas y las sigo. O veo que algo se relaciona con otra cosa que conozco, intento conectarlas y progresan. Prácticamente nunca he partido de una idea concreta de lo que haré o hasta dónde querría llegar. Estoy interesado en las matemáticas; hablo, aprendo, debato y es así como preguntas interesantes surgen simplemente. No he empezado nunca con un objetivo concreto, excepto el de entender las matemáticas.

Profesor Sir Michael Francis Atiyah, estamos muy agradecidos, muy contentos y muy orgullosos de que haya aceptado nuestra invitación a recibir un doctorado *honoris causa* de nuestra universidad y, por extensión, de la comunidad matemática en general.

Permítame terminar intentando darle la bienvenida a nuestra institución, a nuestra comunidad matemática, en una de las lenguas que ama desde su niñez y adolescencia:

(marhában bik fi jamatna) **مرحبا بك في جامعتنا**

## Anexo: Resumen biográfico

Michael Francis Atiyah (Londres, 1929) se licenció en Cambridge (GB). Estudiante de W. Hodge, fue elegido *Fellow* del Trinity College (Cambridge) en 1954 y un año después obtuvo el doctorado. Poco después fue al Instituto de Estudios Avanzados (IAS) de Princeton, después a Cambridge (lector en 1957, *Fellow* del Pembroke College en 1958) y a Oxford (1961), donde fue *Fellow* del St. Catherine's College. En el período 1963-1969 ocupó la *Savilian Chair* de Geometría en Oxford. Tras el nombramiento en 1969 como profesor de matemáticas en el IAS, en 1973 fue profesor de investigación de la Royal Society en Oxford y *Fellow* del St. Catherine's College. En 1990 fue nombrado *Master* del Trinity College (Cambridge) y primer director del Instituto de Ciencias Matemáticas "Isaac Newton". Presidente de la Royal Society (1990-1995) y *Chancellor* de la Universidad de Leicester (1995-2007), actualmente es profesor emérito en la Universidad de Edimburgo y presidente de la Royal Society de Edimburgo. En el año 2000, el profesor Atiyah presidió el Comité del Programa Científico del **3ecm** (III Congreso de la European Mathematical Society, Barcelona 2000).

Los logros científicos del profesor Atiyah hasta 2004 se hallan fielmente reflejados en los seis volúmenes de sus *Collected Works* (CW). Publicados por Oxford University Press, con un total de más de cuatro mil páginas, constituyen un precioso tesoro de resultados e ideas que seguirá inspirando a las nuevas generaciones como lo ha hecho en los últimos lustros. Son la fuente insustituible para conocer los descubrimientos y desarrollos originales de una mente prodigiosa, reconocida con una lista impresionante de distinciones que incluyen las más altas que se conceden en el campo de las matemáticas: la Medalla Fields (1966) y el Premio Abel (2004), éste compartido con I. Singer por un resultado (el teorema del índice de Atiyah-Singer) que puso de manifiesto profundas conexiones entre la geometría y el análisis (CW 3 y 4) y posteriormente entre estos

dominios y la física (CW 5). Felizmente, es miembro extranjero de la Real Academia de Ciencias de España.

La colaboración con Singer duró más de veinte años. Dos de las muchas otras colaboraciones científicas de Atiyah fueron igualmente intensas y fructíferas: con F. Hirzebruch, durante más de una década, sobre los fundamentos de la teoría  $K$  topológica y su uso para resolver importantes y difíciles problemas (CW 2), y con R. Bott, durante más de veinte años, especialmente recordada por la fórmula del punto fijo de Atiyah-Bott. Al final de los años 70, Atiyah empezó a construir nuevos puentes entre las matemáticas y la física teórica, originando así una corriente de nuevas ideas y renovada energía que ha ocasionado un florecimiento sin precedentes de ambas (CW 5 y 6). Merece aquí una especial mención su interacción con E. Witten, sobre todo desde los primeros 90, de la que han derivado profundos discernimientos sobre la intrincada y desconcertante naturaleza de la relación, en las dos direcciones, entre las matemáticas y la teoría cuántica de campos.

El profesor Atiyah ha tenido a muchos estudiantes de doctorado (S. Donaldson, N. Hitchin, F. Kirwan, P. Kronheimer, G. Lusztig, G. Segal, entre otros) y está plenamente activo tanto en investigación como en muchos otros compromisos. Actualmente, por ejemplo, está colaborando con el distinguido neurofisiólogo S. Zeki en estudios del cerebro humano, particularmente cuando efectúa operaciones matemáticas.

En diciembre impartió una conferencia en la FME para enmarcar el Curso Riemann ([www-fme.upc.edu](http://www-fme.upc.edu)).

# DISCURSO PRONUNCIADO POR EL PROFESOR SIR MICHAEL F. ATIYAH

Déjenme ante todo expresarles mi satisfacción y el honor que representa para mí recibir esta distinción de la Universitat Politècnica de Catalunya, continuación de la colaboración y la amistad que surgieron durante el Congreso Europeo de Matemáticas, celebrado en Barcelona hace ocho años, y, asimismo, reconocimiento a la afinidad que existe entre Cataluña y Escocia, el lugar donde actualmente vivo y trabajo. La historia de ambos países y sus fuertes identidades culturales poseen grandes afinidades, hecho que ha quedado remarcado con la construcción del nuevo Parlamento escocés según el diseño de un famoso arquitecto catalán, Enric Miralles, que lamentablemente murió antes de que terminara su edificación.

Una ocasión como esta es una buena oportunidad para reflexionar sobre las matemáticas, el campo de la ciencia al que he dedicado mi vida. ¿Qué son las matemáticas? Ésta es la cuestión fundamental que deseo considerar. Podemos hablar de materias específicas, como la geometría, la aritmética o el álgebra; podemos ilustrarlas mencionando teoremas famosos como son el viejo teorema de Pitágoras o el más reciente "último teorema de

Fermat". Sin embargo, todo ello es un mero aperitivo que sólo describe, no define.

Mi respuesta es que las matemáticas son un lenguaje, un medio específico de comunicación que puede compararse satisfactoriamente con los lenguajes naturales, como el inglés o el catalán. Son constructos culturales que han evolucionado durante miles de años y que suministran el marco de la civilización. Un bebé no habla ni sabe matemáticas. Sin embargo, dado un entorno social apropiado, capta rápidamente ambos lenguajes, poniendo de manifiesto que el cerebro humano tiene la capacidad innata de hablar y contar. Si bien dicha capacidad está presente, de manera limitada, en muchos animales, sólo el *Homo sapiens* ha desarrollado la capacidad de realizar largos discursos y demostrar teoremas significativos. Son los rasgos distintivos de nuestra especie.

Resulta instructivo comparar la prehistoria del lenguaje y de las matemáticas. Antes de la escritura, las personas se comunicaban mediante el habla, que debía de incluir algunos conceptos matemáticos elementales. Los primeros humanos debieron de elaborar herramientas y, así, debieron de conocer la diferencia entre una piedra (redonda) y una flecha (recta).

Un ejemplo sorprendente ocurrió en Escocia 4.000 años atrás. Si bien la vida era primitiva y no hay indicios de lenguaje escrito, me sorprendió mucho descubrir que ya conocían los cinco sólidos platónicos, incluyendo el más elaborado, el icosaedro, formado por veinte triángulos equiláteros. De estos modelos, muchos se encuentran por el norte de Escocia, hallazgo que revela un grado sorprendente de sofisticación matemática.

Pero fue la emergencia de la escritura lo que permitió a la civilización efectuar un rápido progreso. Primero con lenguajes pictográficos, como los jeroglíficos egipcios, que evolucionaron hacia el alfabeto latino moderno (aunque tenemos que reconocer que los caracteres chinos no frenaron en absoluto a la civilización en Asia).

La matemática ha evolucionado de un modo similar con la introducción de mejores notaciones y simbolismos. El Imperio romano funcionó bastante bien con las cifras romanas, pero la sustitución por la notación decimal arábiga fue un paso de gigante. Confieso que estoy desconcertado por la manera en que los ingenieros romanos construyeron unos edificios tan magníficos con un simbolismo aritmético tan primitivo. Intenten multiplicar números grandes usando cifras romanas y entenderán mi asombro ante las edificaciones romanas.

Curiosamente, la llegada de la notación decimal a la Europa occidental durante el Renacimiento fue, con mucha certeza, a través de España, donde se produjo un provechoso encuentro entre las culturas árabe y latina en lugares como Toledo. Sin embargo, al adoptar la notación decimal arábiga, Occidente cometió un error considerable que no se reconoce demasiado. Como saben, el árabe se escribe de derecha a izquierda y, lógicamente, cuando los europeos adoptaron las cifras decimales arábigas tendrían que haber invertido su orden. El resultado de este error es que cuando escribimos tres dígitos, como 462, no sabemos, hasta que acabamos, si el primer dígito, 4, representa las unidades, las decenas o las centenas. Para los árabes, que leen de derecha a izquierda, dicha confusión no existe.

Además de comparar la evolución histórica de las matemáticas y del lenguaje natural, también podemos comparar sus funciones, describiendo sus diversos usos.

Así, el lenguaje tiene un uso práctico para los asuntos diarios, un uso literario para transmitir ideas más abstractas y un uso poético para expresar las emociones. Hay una división similar en la matemática entre utilidad, que deriva en la matemática aplicada, y la matemática pura, más enfocada a ideas abstractas. En la parte superior está situado el aspecto estético de la matemática, donde la belleza es la luz que nos guía. Esta idea la desarrollaré esta tarde en mi conferencia en el Museo.

Dejen que les diga, llegados a este punto, que a muchos de mis colegas matemáticos no les gusta admitir que la matemática es

un mero lenguaje. Argumentan que el mensaje es, claramente, más importante que el medio. Cierto; pero hay que considerar que un lenguaje flexible puede transmitir muchos mensajes. Comparar la matemática con el inglés, por ejemplo, no la denigra. Un medio que transmite los pensamientos de Shakespeare es uno de los triunfos más elevados de la humanidad. Lo mismo vale para la matemática, el medio con el que podemos acceder a las ideas de Gauss.

Quisiera introducirme ahora en el campo de la educación. Generalmente se reconoce que la lengua y la matemática son los dos pilares de la educación. En otros tiempos, no sólo se conocía la lengua vernácula (el inglés o el español), sino también el latín y el griego, que facultaban al estudiante para leer la Biblia y a los autores clásicos. Además, el dominio de estas difíciles lenguas se consideraba un buen entrenamiento de la mente, con lo que no sólo se formaba a doctos en los clásicos, sino también a abogados, sacerdotes, médicos y políticos.

En la comparación de la matemática con el lenguaje natural existe una diferencia notable. A pesar de la diversidad de la cultura humana en todo el mundo, la matemática es esencialmente universal. Las diferencias históricas entre las matemáticas de países distintos han desaparecido. La matemática china es la misma que la española, cosa que no puede decirse del lenguaje natural. En ámbitos científicos se usa habitualmente el inglés, que desempeña el papel previsto originariamente para el lenguaje artificial que es el esperanto. Quizá algún día dicho papel lo desempeñará el chino, pero mientras tanto preferimos la diversidad lingüística.

Los matemáticos usamos los símbolos algebraicos porque son más concisos que las palabras, pero en nuestros pensamientos (e incluso en muchos de nuestros escritos) usamos las palabras para transmitir conceptos. Si observan una revista matemática, se sorprenderán de hallar que el simbolismo no se haya apoderado completamente de ella y que predominen las palabras habituales. A la inversa es distinto. Libros y periódicos a menudo

usan números, pero sólo de una forma muy reducida. Hay una cierta resistencia a usar fórmulas entre los que no son matemáticos. Lo descubrí cuando mi centro en Oxford redactaba unos nuevos estatutos. Se describía detalladamente cómo debía regularse el número de categorías distintas de Fellows.

Los leí con cuidado y comprobé que podía cambiar varias páginas de texto por una sola fórmula. Aunque mis colegas, abogados incluidos, reconocieron la brevedad y la lógica de mi formulación, se opusieron al uso de una fórmula simbólica y la volvieron a transcribir al inglés. Necesitaron varias líneas, pero al menos el resultado fue mejor que el original.

Permítanme, como ilustración, describir la educación en el Cambridge del siglo XIX, donde las matemáticas ocuparon el lugar de las lenguas clásicas como el mejor sistema de entrenamiento mental.

A causa de la fama y el legado de Isaac Newton, se otorgó a la matemática un lugar preeminente, con lo cual acabó dominando todo el proceso formativo. Se consideró que la práctica medieval de los exámenes orales basados en el arte de la retórica era inapropiada para las matemáticas y se introdujeron los exámenes escritos, que llegaron a ser muy competitivos. El ranking de candidatos se ordenaba estrictamente por méritos. A los de la categoría más alta se les otorgaba el título de *wrangler*. El primero de éstos se denominaba the *senior wrangler* y su fama y fortuna quedaban efectivamente garantizadas.

Estas contiendas anuales eran como carreras de caballos. De los probables ganadores se hablaba abiertamente en la prensa nacional y se apostaba sobre los resultados. Los preparadores eran primordiales y en Cambridge se llamaban *coaches*. No he descubierto hasta hace poco que *coach*, palabra que actualmente se usa en deportes como el tenis o el fútbol, proviene del argot



estudiantil de Cambridge. Los estudiantes captaron la analogía entre el *coach*, o carruaje, que iba de Cambridge a Londres y sus profesores. Ambos, carruajes y estudiantes, debían seguir un camino preciso para alcanzar su objetivo. Desde las matemáticas, la palabra *coach* se difundió primero a la famosa carrera de remo Oxford-Cambridge y después a los deportes en general.

Preparadores y exámenes dominaban el escenario de Cambridge y una gran parte de la investigación se publicó primero en forma de problemas de examen. Por ejemplo, un teorema famoso de geometría diferencial que tiene mucha importancia en física, conocido como teorema de Stokes, apareció primero en un examen de 1854. En ese mismo año se examinaba el joven James Clerk Maxwell, que más tarde se convertiría en el mayor físico de su tiempo, y del que se dice que fue el único estudiante que lo resolvió satisfactoriamente.

A propósito de ello, déjenme explicarles que una gran parte del tiempo y la energía que he empleado los últimos años han sido dedicados a promover que se erigiera una estatua de Maxwell en el centro de Edimburgo. Espero que se descubra el próximo noviembre. Edimburgo ya está suficientemente provisto de estatuas de hombres famosos, como Adam Smith, el economista, y David Hume, el filósofo. También posee estatuas de reyes, políticos y teólogos. Pero la ciencia natural, a pesar de su gran importancia intelectual y práctica, nunca ha obtenido este reconocimiento. Maxwell equilibrará la balanza. Edimburgo por fin rendirá homenaje a su hijo más famoso.

El sistema de Cambridge de preparación de los matemáticos proponiéndoles problemas de examen desafiantes produjo una escuela de físicos matemáticos de primera línea. Impresionado por este sistema, Felix Klein intentó importarlo a su país, Alemania. Trasplantar prácticas educativas, sin embargo, es tan difícil como trasplantar especímenes botánicos, que tienen que adaptarse al suelo, y la tentativa de Klein fracasó.

En el siglo XIX la educación superior estaba reservada a los hombres. Más tarde, cuando en Cambridge se fundaron escuelas femeninas, se permitía a las mujeres realizar los mismos exámenes que los hombres, e incluso sus nombres aparecían en el ranquin final (entre el decimoquinto y decimosexto lugar, por ejemplo), pero no se les otorgaba titulación alguna.

En 1890 se produjo el destacable hecho de que una mujer, Phillipa Fawcett, se clasificó mejor que el primero de la promoción, provocando que aparecieran noticias sensacionalistas en las primeras páginas de los periódicos y se realizaran extravagantes celebraciones en Cambridge. Pero no fue hasta 1945 cuando al fin Cambridge otorgó titulaciones a las mujeres.

Para concluir, déjenme decirles cuánto placer me han aportado las matemáticas, participando de una experiencia cultural tan extensa, bella y universal. En particular he hecho contactos con matemáticos de todo el mundo, incluyendo Barcelona. Les agradezco de nuevo haberme otorgado el título de doctor honoris causa de su universidad.

# PALABRAS DEL RECTOR DE LA UNIVERSITAT POLITÀCNICA DE CATALUNYA

*Antoni Giró Roca*

Miembros de la comunidad universitaria  
(y de manera especial los que se han desplazado desde fuera de  
Cataluña),  
miembros del Consejo Social,  
dignísimas autoridades,  
Dr. Michael Francis Atiyah,  
señoras y señores,

La Universitat Politècnica de Catalunya tiene el honor de investigar hoy como doctor *honoris causa*, e incorporarlo a su Claustro, a uno de los matemáticos más relevantes de las últimas décadas.

El profesor Atiyah ha sido galardonado, entre otras muchas distinciones, con la medalla Fields (1966), que otorga la Unión Matemática Internacional, y con el Premio Abel (2004), otorga-

do por la Academia de Ciencias de Noruega. Se trata de los reconocimientos más prestigiosos que puede recibir un matemático y que bien pueden considerarse como los premios Nobel de las matemáticas.

Sin duda, el Dr. Atiyah ya nació con un don para las matemáticas. Así lo demuestran algunas anécdotas de su niñez. Pero su formación estuvo siempre encaminada a encontrar las mejores opciones en cualquier parte del mundo, a relacionarse con los talentos más indiscutibles. Por motivos familiares, durante sus primeros años de vida y su juventud se trasladó en varias ocasiones, no sólo de domicilio, no sólo de país, sino que tuvo que vivir en varios mundos, en varias civilizaciones, y tuvo que adaptarse a ellos. Pero, lejos de que dicha circunstancia fuera un impedimento para su crecimiento, él siempre lo vivió como una gran oportunidad, que supo aprovechar en todos los sentidos.

Tras recibir una buena preparación inicial en Egipto, en el Victoria College, continuó su etapa escolar en Mánchester. Pronto sus habilidades lo llevaron a ser escogido para completar sus estudios en el Trinity College, centro de referencia donde habían estudiado grandes científicos como Newton, Maxwell o Russell, por poner algunos ejemplos.

Se graduó en Cambridge, con uno de los mejores currículos. Sus primeros pasos en el mundo de la investigación matemática los dio de la mano de Hodge. A partir de ahí, nunca dejó perder una oportunidad para buscar la relación con todos aquellos geómetras o físicos con los que podía compartir teorías, buscando siempre el esfuerzo colectivo y la convergencia hacia un proyecto interdisciplinario común. Así lo demuestra la consecución del famoso teorema de Atiyah y Singer, complementado posteriormente gracias a la relación con Bott y Patodi.

Y es que el Dr. Atiyah siempre ha sido un gran defensor del trabajo pluridisciplinar, y en la relación entre las matemáticas y la física –entre matemáticos y físicos– ha desarrollado un papel de puente que ha sido fundamental.



Pero más allá del mundo de las matemáticas y de las ciencias en general, ahora quiero destacar otro rasgo de su personalidad que ha marcado su trayectoria. Cosmopolita –por realidad y por convicción–, no ha perdido nunca una oportunidad para establecer y consolidar relaciones que han contribuido muy positivamente a estrechar los lazos entre Oriente y Occidente. En este sentido, podemos asegurar que el Dr. Atiyah es un firme defensor del diálogo entre culturas. Por tanto, también será en adelante un referente para la Fundación UBUNTU (Foro Mundial de Redes de la Sociedad Civil), que preside el Dr. Mayor Zaragoza y cuya sede está en nuestra universidad.

Hoy, el Dr. Atiyah ha realizado una magnífica disertación sobre el lenguaje de las matemáticas, sobre su universalidad y sobre su evolución a lo largo de los siglos de historia de la civilización, hasta llegar a los más destacados matemáticos de la actualidad. Nos ha hablado asimismo de los símiles que existen entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático.

Yo querría también destacar su referencia a la afinidad que existe entre Cataluña y Escocia. Como físico y admirador de los trabajos de Maxwell, me complace de una forma especial sus esfuerzos por promover su reconocimiento público. Es muy cierto que a menudo, cuando se habla de cultura, se olvida una parte muy importante de ella: la cultura científica. En mi opinión, uno de los ejemplos más brillantes de la importancia del lenguaje matemático y de su potencialidad son las ecuaciones de Maxwell. Observar cómo todos los principios y fenómenos de la electricidad y del magnetismo se pueden condensar en cuatro leyes, cuatro fórmulas que no ocupan más de cuatro líneas, siempre me ha impresionado.

De este modo lo expresa el físico y poeta David Jou, en su poema "Las ecuaciones de Maxwell":

*Y el número, y la síntesis, y al fin la unidad:  
En sólo cuatro leyes, tantos miles de fenómenos,  
Y todavía mucho más; por sorpresa, la luz,  
Toda la luz,  
La velocidad de la luz.*

Hace algunos años, con motivo del Año Mundial de la Física, celebrado en Cataluña, promovimos el siguiente lema: "La física está en la base de todo." Honestamente, y tras escuchar la conferencia del Dr. Atiyah, cabría añadir: "La física, de la mano de las matemáticas y con la fuerza de su lenguaje, está en la base de todo."

Permítanme que haga ahora referencia a la relación que el profesor Atiyah ha tenido con Cataluña y con la UPC. Fue con ocasión de la celebración en Barcelona del III Congreso Europeo de Matemáticas, en el año 2000, cuando consolidó una relación profesional y de amistad con el profesor Sebastià Xambó –entonces presidente de la Sociedad Catalana de Matemáticas–, y estableció vínculos con la comunidad académica de nuestra universidad.



En la entrada de este auditorio habrán podido ver una exposición de ocho paneles, que les invito a visitar si todavía no lo han hecho. Esta exposición ilustra algunos aspectos interesantes de la vida y de la obra del profesor Atiyah y ha sido preparada con todo detalle, cuidado e ilusión por el decano de nuestra Facultad de Matemáticas y Estadística, el profesor Xambó, a quien públicamente agradezco su tarea.

Quiero asimismo expresar mi agradecimiento a la Facultad de Matemáticas y Estadística y a las otras cinco unidades que presentaron conjuntamente la propuesta (los cuatro departamentos de Matemática Aplicada de nuestra universidad, y el Departamento de Estadística e Investigación Operativa), y agradezco también al Consejo de Gobierno su apoyo unánime.

Profesor Atiyah, esta ceremonia de investidura como doctor honoris causa que hoy celebramos representa, por un lado, el reconocimiento, por parte de la Universitat Politècnica de Catalunya, de sus bien conocidos méritos como científico y es la expresión de nuestra más sincera y profunda felicitación. Por otro, simboliza el agradecimiento de nuestra universidad a un científico infatigable, que, en el curso de su dilatada trayectoria buscando nuevos horizontes, se ha acercado a nuestra Facultad de Matemáticas y Estadística y a sus docentes e investigadores.

Permítame que le manifieste una sana envidia por su energía y plena actividad, que mantiene como si conociera alguna fórmula matemática secreta sobre la energía vital.

Y acabo ya. El profesor Atiyah añade esta distinción a una larga lista de reconocimientos que ha recibido durante su carrera. Un buen número de universidades antes que la nuestra han reconocido con esta misma distinción –el doctorado *honoris causa*– su brillante trayectoria. Hoy somos nosotros quienes tenemos el placer de incorporar a Sir Michael Francis Atiyah al Claustro Universitario.

Muchas gracias.

# SPEECH PRAISING THE MERITS OF PROFESSOR SIR MICHAEL F. ATIYAH

Sebastià Xambó Descamps

Rector;  
distinguished members of the University Senate and the Board  
of Trustees;  
academic authorities, lecturers, students, administrative and  
service staff;  
president, vice-president and secretary of the Conference of  
Deans of Mathematics;  
honourable consul of the United Kingdom in Barcelona;  
guests, friends;  
Professor Michael Francis Atiyah:

Good morning, bon dia, buenos días  
(sabah al-khair) صباح الخير

The formal protocol of this ceremony calls for "praising the merits of Professor Sir Michael Francis Atiyah". These merits, however, are so clear and extraordinary, and they have been acknowledged by so many of the highest level authorities around the world, that I do not see fit to refer to them here, and even less so when you can find them summarised in the invitation card [see the Appendix] or, in considerably more detail, in the poster exhibit in this auditorium.

Instead I shall make a few comments about his work that have been chosen with the aim of emphasising some of the virtues of a prodigiously fertile and clear mind. In my understanding, these virtues are the foundation from which his extraordinary scientific contributions have sprung and, as a result, the recognition that he has received.

The first waves of Atiyah that reached those of us who were studying mathematics toward the end of the sixties materialised in the form of two books. The first was *K-Theory*, which was published in 1967 by Benjamin. The second was *Introduction to Commutative Algebra*, which was known as the "Atiyah-Macdonald". It was published in 1969 by Addison-Wesley. The two books are different in many respects, but both revealed new ways of creating knowledge, and we marvelled at the unsurpassed ability to make that knowledge accessible to us.

The book on *K-Theory* is based on the lecture notes for a course taught at Harvard in the fall of 1964. It was ten years since Atiyah had brilliantly finished his bachelor years at Cambridge and in the meantime he had published a stream of articles that unveil the depth and breadth of his insight. Among those articles are those that he wrote in collaboration with Friedrich Hirzebruch on so-called *K-Theory*. Witness of the significance of these works is the fact that in 1962 he delivered the lecture *The Grothendieck Ring in Geometry and Topology* at the International Congress of Mathematicians (ICM) held in Stockholm. The importance of this theory becomes even clearer in subsequent developments related to index theory.

The other book that I mentioned, *Introduction to Commutative Algebra*, was written by Michael Atiyah and Ian Macdonald on the occasion of teaching a course at Oxford to third-year mathematics students. For many mathematicians it is a model book. It presents to perfection, in fewer than 140 pages, the essential ideas on the subject, including links to algebraic geometry and number theory. The problems at the end of each chapter, chosen with much care, are an integral part of the book's design.

Solving them systematically is essential for a thorough understanding of the ideas; in fact the task has been considered a sort of rite of passage for mathematics students since the book's publication. It has been, and still is, a compulsory reference work for all students of mathematics and teachers of algebra. The Spanish version, following the translation by Griselda Pascual (1926-2001), was published in 1973 by Reverté and is the version that is most used by Spanish-speaking students.

Between the 1962 and 1966 ICMs, Michael Atiyah begins his research on what Israil M. Gel'fand calls the index problem (it refers to the number of independent solutions of elliptic partial differential equations) and soon devises a strategy for solving it. To carry out this strategy he collaborates with I. Singer (they publish a seminal paper in 1963) and Bott (they publish two key papers on this question, one in 1964 and another in 1966). In addition, he generalises the problem to "manifolds with boundary" (this result appears as an appendix in Volume 57 of "Annals of Mathematics Studies" of Princeton, which contains the results of a 1965 seminar on the Atiyah-Singer index theorem).

"I realized at the time the significance of the index theorem and that it represented the high point of my work, but it would have been hard to predict that the subject would continue to occupy me in various forms for the next twenty years. I would also have been extremely surprised if I had been told that this work would in due course become important in theoretical physics" (Comment on the third volume of Atiyah's Collected Works).

We come to the 1966 ICM (held in Moscow) at which M. Atiyah was deservedly awarded the Fields medal:

Michael Francis Atiyah (Oxford University). Did joint work with Hirzebruch in *K-Theory*; proved jointly with Singer the index theorem of elliptic operators on complex manifolds; worked in collaboration with Bott to prove a fixed point theorem related to the Lefschetz formula.



I must now say a few words on the memoir *Elliptic Operators and Compact Groups* (Springer-Verlag, 1974). It is based on the course of lectures taught by Atiyah in 1971 at the Institute for Advanced Study and is related to the Atiyah-Singer index theory much as the *K-Theory* book was related to the K-theory of Atiyah-Hirzebruch. It is perhaps less well-known, but it is masterful in its purpose (an extension of the index theory to "transversally elliptic" operators), in the variety and sophistication of the techniques used, and in its brevity (fewer than one hundred pages).

At this point it is fitting to say that in 1975, as a result of a summer course at the CIME (Centro Internazionale Matematico d'Estivo, Italy), Atiyah published another report on the index theory called *Classical Groups and Classical Differential Operators on Manifolds*, which even today constitutes an excellent introduction to the subject.

The following Atiyah wave reached us at the end of the seventies, specifically in 1979, with the memoir *The Geometry of Yang-Mills Fields*, which corresponds to the "Lezioni Fermiane" sponsored by the Accademia Nazionale dei Lincei and the Scuola Normale Superiore, in Pisa. At the time of giving this lecture, it was no more than a year since Atiyah had begun to orient his

interests towards so-called gauge theories, or Yang-Mills theories, focusing on the interaction between geometry and physics. Delivered to a mixed audience of physicists and mathematicians, the lectures synthesise several points of view, including Penrose's "twistor programme" approach, and contains constructions and results that were highly celebrated then, such as for example the construction of self-dual solutions of the Yang-Mills equations (also called "instantons") by Atiyah, Ward, Drinfeld and Manin. As is the case of the memoir referred to before, the lecture is less than one hundred pages long.

The influence of this memoir, and of the numerous works advancing in similar directions that followed it, has been immense. No doubt it can be taken as the point in which the constructive interaction between physics and mathematics was restored after its fading away in the first half of the twentieth century (with some exceptions, as in the case of Hermann Weyl). In fact this recovery came about with a bonus, for if until then it was mathematics that was applied to physics, it became ever more evident that the ideas inspired by physics could have extraordinary consequences in the world of mathematics.

The crest of the singular wave that followed can be identified with the publication in 1990 of the brief memoir *The Geometry and Physics of Knots*, which collects the lectures delivered by Atiyah in Florence in 1988 under the auspices of the Accademia Nazionale dei Lincei. The focus of this wonderful work is to explain "the Jones theory, transformed by Witten into a Topological Quantum Field Theory". This is a truthful statement, but to understand its scope we need to look back at three developments that took place between *The Geometry of the Yang-Mills Fields* and *The Geometry and Physics of Knots*, while keeping an eye on the role played by Atiyah in those events.

A rather surprising development, which occurred at the beginning of the eighties, was the publication of the work of Simon Donaldson, a student of Atiyah's. In this work he used the Yang-Mills equations to deduce spectacular results on the geometry in

dimension 4 (the dimension of Einstein's space-time). For these works, Donaldson was awarded the Fields medal at the 1986 ICM (Berkeley).

The second development was associated with the physicist Edward Witten, who deserves a very special mention. In Atiyah's measured words, "[...] his command of mathematics is rivalled by few mathematicians, and his ability to interpret physical ideas in mathematical form is quite unique. Time and again he has surprised the mathematical community by a brilliant application of physical insight leading to new and deep mathematical theorems". These words can be found in Atiyah's description of Witten's work at the Kyoto ICM (1990), where he was awarded the Fields medal. He is the only physicist to have received this distinction.

The third development that must be considered is Vaughan Jones's work. He obtained, in the late eighties, new invariants of knots (objects of a purely topological nature) using ideas related to physics, for which was also awarded the Fields medal at the Kyoto ICM.

It was at this point that Atiyah presented a paper at the Hermann Weyl symposium (1987) in which he conjectured that Donaldson's theory and Jones's invariants can be explained using quantum field theory. Soon afterwards, in 1989, this interpretation was published by Witten in two articles, one on Jones and the other on Donaldson, which initiated topological quantum field theory. In this way we gain a better understanding of the purpose of *The Geometry and Physics of Knots*: "to explain the Jones theory, transformed by Witten into a topological quantum field theory".

I have spoken about a very significant part of Michael Atiyah's work, but I have to say that in terms of length it represents only a small fraction of the work he has produced. Indeed, the six volumes of his *Collected Works* published in 1988 (5 volumes) and 2004 (1 volume) comprised more than four thousand pages, while the memoirs I have talked about (*K-Theory*, *The Geometry of Yang-Mills Fields*, *Elliptic Operators and Compact*

*Groups, Classical Groups and Classical Differential Operators on Manifolds*, and *The Geometry and Physics of Knots*) add up to fewer than five hundred pages.

It is a pleasure to recall here that in 2004 Michael Atiyah was awarded, jointly with Isadore Singer, the Abel Prize "for their discovery and proof of the index theorem, bringing together topology, geometry and analysis, and their outstanding role in building new bridges between mathematics and theoretical physics".

An interesting aspect of Atiyah's *Opera* is that it contains a good number of pieces (nearly forty) qualified as "quasi-mathematical" by the author and comprising essays, surveys and biographical writings. In extension they make up less than one tenth of the Collected Works, but their importance is great because they offer more leisurely ways of gaining insight into Atiyah's thinking than the more technical articles. In addition, they reveal that Atiyah is also a first-rate writer. His prose is fluent, sharp, spotless and effective. It trips over nothing, contains nothing that is unnecessary and always gives the impression that it has said all that needed to be said.

Michael Atiyah visited Barcelona in 1997, in 1998 and in December 2007. The purpose of the 1997 and 1998 visits was to chair the meetings of the Scientific Committee of the Third European Congress of Mathematics (**3ecm**). On those occasions the host institution was the Catalan Mathematics Society of the Institute of Catalan Studies, which was responsible for the organisation of the **3ecm** by delegation of the European Mathematical Society. Let me recall here that the sustained efforts of Michael Atiyah played a decisive role in the foundation of this society.

The host institution for the 2007 visit was the Faculty of Mathematics and Statistics (FME) of the Technical University of Catalonia and the purpose was to deliver the keynote lecture *Riemann's Influence in Analysis, Geometry and Number Theory* for the FME's Riemann Year.

For the December 2007 visit, Atiyah was also invited by the Centre for Mathematical Research to deliver a lecture on duality in mathematics and physics. This lecture was delivered at the Faculty of Mathematics of the University of Barcelona.

Let me go back for a moment to the World Mathematical Year. One of the many activities carried out by Michael Atiyah on that occasion was chairing the International Mathematical Union project called Mathematics: Frontiers and Perspectives (American Mathematical Society, 2000). One of the papers, by W. T. Gowers (*The Two Cultures of Mathematics*), includes the following quotation from the 1984 interview by Minio:

**Minio.** How do you select a problem to study?

**Atiyah.** I think that presupposes an answer. I don't think that's the way I work at all. Some people may sit back and say, "How do I solve this problem?" I don't. I just move around in the mathematical waters, thinking about things, being curious, interested, talking to people, stirring up ideas; things emerge and I follow them up. Or I see something which connects up with something else I know about, and I try to put things together and things develop. I have practically never started off with any idea of what I am going to be doing or where it's going to go. I'm interested in mathematics; I talk, I learn, I discuss and then interesting questions simply emerge. I have never started off with a particular goal, except the goal of understanding mathematics.

Professor Sir Michael Francis Atiyah, we are very grateful, very happy, and very proud of your having accepted our invitation to receive an honorary degree from our university, and, by extension, from our mathematical community at large.

Let me conclude with an attempt to welcome you into our institution, and into our mathematical community, in one of the languages that is dear to you from your childhood and youth:

(marhában bik fi jamatína) مرحبا بك في جامعتنا

## Appendix: Biographical summary

Michael Frances Atiyah (London, 1929) obtained his university degrees from the University of Cambridge (UK). As a student of W. Hodge, he was elected Fellow of Trinity College, Cambridge in 1954 and a year later obtained his doctorate. Soon afterwards he went to the Institute for Advanced Study (IAS) at Princeton University, then to the University of Cambridge (lecturer in 1957, Fellow of Pembroke College in 1958), and then to the University of Oxford (1961), where he was a Fellow of St Catherine's College. In the period 1963-1969 he held the Savilian Chair of Geometry at the University of Oxford. After an appointment in 1969 as Professor of Mathematics at the IAS, he became a Royal Society Research Professor at the University of Oxford in 1971 and a Fellow of St Catherine's College. He remained in this post until 1990, when he became Master of Trinity College, Cambridge and the first Director of the Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences. He was President of the Royal Society from 1990 to 1995 and Chancellor of the University of Leicester from 1995 to 2007, and is at present an Honorary Professor at the University of Edinburgh and President of the Royal Society of Edinburgh. In the year 2000, Professor Atiyah chaired the Programme Committee of the secm of the EMS (Barcelona).

The scientific achievements of Professor Atiyah up to 2004 are faithfully mirrored in the six volumes of his Collected Works (CW). Published by OUP, with a total of more than four thousand pages, they constitute an invaluable treasure of results and ideas that will keep inspiring newer generations as has been the case in the last decades. They are the compulsory source for the original breakthroughs and developments that are the landmark of a great mind, a fact that has been acknowledged with an impressive list of distinctions, including the highest that are awarded in the field of mathematics: the Fields Medal (1966) and the Abel Prize (2004), the latter shared with I. Singer for a result, the Atiyah-Singer index theorem, that uncovered deep connections between geometry and analysis (CW 3 and 4) and

later between these fields and physics (CW 5). Felicitously, he is a foreign member of the Royal Academy of Sciences of Spain.

The collaboration with Singer lasted for over twenty years. Two of the other many scientific partnerships of Atiyah were as intense and fruitful as the one with Singer: with F. Hirzebruch, for more than a decade, on the foundations of topological K-theory and its use in solving many difficult outstanding problems (CW 2), and with R. Bott, for over twenty years, especially remembered by the Atiyah-Bott fixed point formula. In the late seventies, Atiyah began to build bridges between mathematics and theoretical physics, affording a stream of new ideas and fresh energy for an unprecedented flourishing of both (CW 5 and 6). Especial mention here is deserved by his collaboration with E. Witten, since the early nineties, which has led to deep insights into the intricate and perplexing nature of the two-way relationship between mathematics and quantum field theory.

Professor Atiyah has had many students (S. Donaldson, N. Hitchin, F. Kirwan, P. Kronheimer, G. Lusztig and G. Segal, to name a few) and is fully active in research and other commitments. He is currently cooperating with the distinguished neurophysiologist S. Zeki on studies of the human brain, particularly when it carries out mathematical tasks.

On the 18th December 2007, he delivered the keynote "Riemann lecture" at the FME ([www.fme.upc.edu](http://www.fme.upc.edu)).



# HONORARY DEGREE SPEECH

*Sir Michael Francis Atiyah*

Let me first say how pleased and honoured I am to receive this honorary degree from the Polytechnic University of Catalonia. It continues the collaboration and friendship formed during the European Mathematical Congress held in Barcelona eight years ago. But, beyond this, it recognizes the affinity between Catalonia and Scotland where I now live and work. The history of the two countries, and their strong cultural identities, have close parallels and this was emphasized by the building of the new Scottish Parliament to the design of a famous Catalan architect, Enric Miralles, who sadly died before its completion.

An occasion like the present provides an opportunity for a philosophical reflection on mathematics, the scholarly field to which I have devoted my life. The fundamental question which I want to address is: What is mathematics? We can talk about specific topics like geometry, arithmetic or algebra, we can illustrate it by mentioning famous theorems such as the old one of Pythagoras or the more recent one of "Fermat's Last Theorem", but this merely whets the appetite. It describes but does not define.

My answer is that mathematics is a language, a specific means of communication and it can usefully be compared with natural language, such as English or Catalan.

All of these are cultural constructs, evolved over thousands of years which provide the framework of civilization. A newly born infant speaks no language and knows no mathematics.

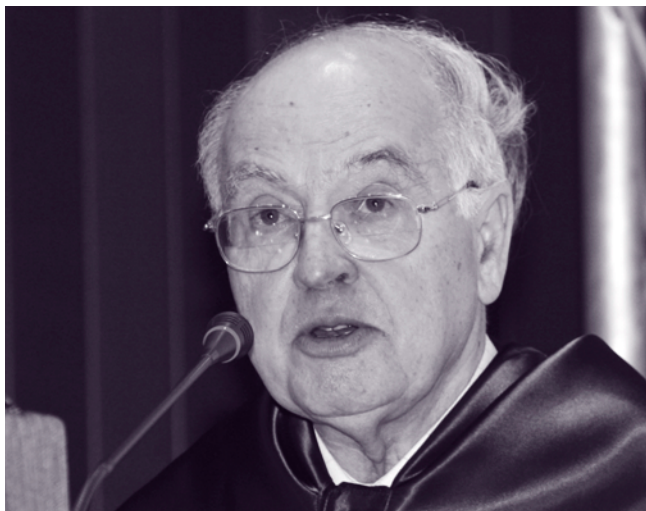
However, given the proper social environment, it rapidly picks up both, indicating that the human brain has the innate capacity to speak and count. Although such capacity is, to a limited extent, found in many animals, only homo sapiens has evolved to make long speeches or prove significant theorems. As a species these are our defining characteristics.

It is instructive to compare the pre-history of both language and mathematics. Before the advent of the written word people communicated by speech and this would have included some elementary mathematical concepts. Early man had to fashion tools and would have known the difference between a (round) stone and a (straight) arrow.

A striking example is provided by the Scotland of 4,000 years ago when life was primitive and no sign of written language has survived. However I was extremely surprised to find out that, at this early time, the 5 Platonic Solids including the most elaborate, the icosahedron, made up of 20 equilateral triangles, were already known. Many stone models of these are to be found all over northern Scotland, indicating a surprising degree of mathematical sophistication.

But it was the emergence of the written word that enabled civilization to make rapid progress. First with pictorial language such as the Egyptian hieroglyphics, moving on eventually to the modern Latin alphabet (though we have to recognize that in Asia, Chinese characters did not hinder civilization).

Mathematics has similarly evolved through the introduction of better notation and symbolism. The Roman Empire managed quite well with what we now call Roman Numerals, but their replacement by the Indo-Arab decimal notation was a giant step forward. I confess I am mystified as to how Roman engineers constructed such magnificent buildings when their arithmetical symbolism was so primitive. Try multiplying some large numbers together using Roman Numerals and you will understand my amazement at Roman achievements.



Interestingly the arrival of the decimal notation in Western Europe, during the Renaissance, almost certainly came through Spain, where the Arab and Latin cultures had, in the early days, such a fruitful encounter, in places such as Toledo. However, in adopting the decimal notation from the Arabs, western countries made a significant error which is not widely recognized. As you know Arabic is written from right to left, so logically, when Europeans adopted Arabic numerals in decimal form, they should have reversed the order. The result of this error is that when we write say the 3 digits 462 we do not know, until we have finished, whether the first digit 4 represents units, tens or hundreds. For the Arab, reading from right to left, there is no such confusion.

Besides comparing the historical evolution of mathematics and natural language we can also compare their functions, describing the variety of usage.

Thus language has a utilitarian use for everyday business, a literary use for conveying more abstract ideas and a poetic use for

our emotions. There is a similar division in mathematics between utility, leading to applied mathematics, and pure mathematics, more concerned with abstract ideas.

At the higher end we find the aesthetic aspect of mathematics where beauty is the guiding light. I will expand on this topic in my lecture at the museum this afternoon.

Let me say, at this stage, that many of my mathematical colleagues are not happy to label mathematics as just a language. Surely, they say, the message is more important than the medium. This is of course true, but the whole point of a flexible language is that it can convey many messages. To compare mathematics with say the English language does not denigrate it. A medium that conveys the thoughts of Shakespeare is one of mankind's highest achievements. The same applies to mathematics, the medium through which we can access the ideas of Gauss.

Let me turn now to the field of education. It is generally recognized that language and mathematics are the two pillars of education. In earlier times language included not just the vernacular (English or Spanish) but also Latin and Greek. These enabled the student to read both the Bible and the classical authors. Moreover the mastery of these difficult languages was regarded as a good training for the mind, and produced not just classical scholars but lawyers, clergymen, doctors and politicians.

In comparing mathematics with natural language there is of course one notable difference. Despite the diversity of human culture around the world, mathematics is essentially universal. Historical differences between the mathematics of different countries have now disappeared. Chinese mathematics is the same as Spanish mathematics. The same cannot be said of natural language. In scientific circles English is now widely used, and plays the role originally envisaged for the invented language of Esperanto, and this may eventually be overtaken by Chinese, but for the present we prefer linguistic diversity.



We mathematicians use our algebraic symbols because they are more concise than words, but in our thoughts (and even in much of our writing) we use words to convey concepts. If you pick up a mathematical journal you will be surprised to find that symbolism has not completely taken over and that ordinary words predominate. The converse is rare. Books and newspapers will often use numbers but only in a minor way. There is a resistance among non-mathematicians to use formulae. I discovered this once when my college in Oxford was drawing up new statutes and was describing at length how the numbers of different categories of Fellows should be regulated.

I read this with care and realized that I could replace several pages of text by a single formula. Although my colleagues, including the lawyers, recognized the brevity and logic of my formulation they objected to using a symbolic formula, so they translated it back into English taking up several lines but still better than the original version of several pages.

Perhaps, as an illustration, you will allow me to describe the education of 19th century Cambridge, where mathematics took on the role of the classical languages as the best form of mental training.

Because of the fame and legacy of Isaac Newton, mathematics in Cambridge after his time was given pride of place and it came to dominate the whole educational process. The medieval practice of oral examinations based on the art of rhetoric came to be seen as inappropriate for mathematics. This led to the introduction of written examinations which became highly competitive. Candidates were ranked in strict order of merit with the highest category carrying the title of "wrangler" and the very top individual was named "the senior wrangler", and was effectively guaranteed fame and fortune.

These annual competitions were like horse races. The most likely winners were openly discussed in the national press and bets were made on the outcome. The trainers were all important

and in Cambridge they were called coaches. I only recently discovered that the word coach, now commonly used in sports such as tennis or football, actually originated in Cambridge student slang. The students saw a parallel between the coach, or carriage, travelling from Cambridge to London and their teachers. Both carriages and students were made to follow a strict path to reach their objective. From mathematics the term coach next spread to the famous Oxford-Cambridge boat race, and from there into sport generally.

The coaches and the examinations dominated the Cambridge scene and much research was first published in form of examination questions. For example a famous theorem in differential geometry, of importance in Physics, known as Stokes' Theorem, made its first appearance in the examination of 1854. That was the year in which the young James Clerk Maxwell (later to become the greatest physicist of his time) took the examination. Rumour has it that he was the only student to successfully solve the problem.

Incidentally, much of my time and energy over the past few years has been devoted to having a statue of Maxwell erected in the centre of Edinburgh. I hope the statue will be unveiled in November of this year. Edinburgh is already well supplied with statues of famous men such as Adam Smith, the economist, and David Hume, the philosopher. It also has statues of kings, politicians and theologians. But natural science, despite its great importance intellectually and practically, is not recognized. Maxwell will redress the balance. Edinburgh will finally pay homage to its most famous son.

The Cambridge system of training mathematicians by setting challenging examination questions produced a very strong school of mathematical physicists. Felix Klein from Germany was so impressed by the system that he tried to import it into his own country, but transplanting educational practice is as difficult as transplanting botanical specimens; they have to be adapted to the soil, and Klein's attempt failed.



In the 19th century higher education was reserved for men. Later, when women's colleges were founded in Cambridge, the women were allowed to sit the same examinations as the men, and were even inserted into the final order of merit (say between the 15th and 16th wranglers), though they were not given degrees.

In 1890 a remarkable thing happened, a woman named Phillipa Fawcett was ranked above the Senior Wrangler. This created a national sensation with front-page articles in the newspapers and extravagant celebrations in Cambridge. But it was not until 1945 that Cambridge finally awarded degrees to women.

In conclusion let me just say how much I have enjoyed being a mathematician, partaking of a cultural experience that is so extensive, beautiful and universal. In particular I have made contact with mathematicians all over the world, including in particular Barcelona. I thank you once again for bestowing on me the degree of your University, *honoris causa*.

# RECTOR'S SPEECH

*Antoni Giró Roca*

Members of the university community  
(and particularly those who have come from outside Catalonia),  
members of the Board of Trustees,  
distinguished guests,  
Dr. Michael Francis Atiyah,  
ladies and gentlemen,

The Technical University of Catalonia has the honour today of awarding an honorary doctorate and membership of its Senate to one of the most outstanding mathematicians of the last few decades.

Among other distinctions, Professor Atiyah has received the Fields Medal (1966) by the International Mathematics Union, and the Abel Prize (2004) by the Norwegian Academy of Science. These are the most prestigious awards in the field of mathematics, and can be considered equivalent to the Nobel prize.

Undoubtedly, Dr. Atiyah was born with a gift for mathematics, as is shown by some anecdotes of his childhood. In his education he also strived to take the best opportunities around the world, and to establish relations with the most unquestionably talented people. On several occasions he was obliged to move during his childhood and youth for family reasons. This involved not only changing his home and country, but also adapting to different worlds, different civilizations. However, rather than seeing this as an obstacle to his development, he always considered it to be a great opportunity of which he had to take the fullest advantage.

After receiving his initial education at the Victoria College in Egypt, he then attended school in Manchester. Thanks to his abilities he soon gained admission to Trinity College Cambridge, an institution of reference where he followed in the footsteps of Isaac Newton, James Clerk Maxwell and Bertrand Russell.

He graduated with an outstanding academic record, and his first steps in the world of mathematical research led him to work under W.V.D. Hodge. From then on, he lost no opportunity to seek relations with all geometers and physicists with whom he could share theories, always seeking a collective effort and a common interdisciplinary approach. This was shown in the achievement of the famous Atiyah-Singer index theorem, of which a further proof was given thanks to his relations with Bott and Patodi.

And the fact is that Dr. Atiyah has always been a great defender of multidisciplinary work, and he has played a fundamental role as a bridge between mathematics and physics, and between mathematicians and physicists.

But beyond the world of mathematics and science in general, I wish to highlight another feature of his personality, one that has marked his career. As a cosmopolitan –by force and by conviction– he has missed no opportunity to establish and consolidate relationships that have made a very positive contribution to the links between East and West. We can thus say that Dr. Atiyah is a staunch defender of the dialogue between cultures. From now on he will also be a reference for the UBUNTU Foundation (World Forum of Civil Society Networks), presided over by Dr. Mayor Zaragoza, which has its headquarters at our university.

Today, Dr. Atiyah has presented a magnificent dissertation on the language of mathematics, on its universal nature, and on its evolution throughout the history of civilization, from the first mathematicians to the most outstanding ones of the present time. He has also spoken about the similarities between natural language and mathematical language.

I take special note of his reference to the affinity between Catalonia and Scotland. Furthermore, as a physicist and admirer of Maxwell's work, I am particularly pleased with Dr. Atiyah's efforts to foster public recognition for this scientist. It is very true that in dialogues on culture a very important aspect of it is often neglected: scientific culture. In my opinion, Maxwell's equations are one of the most brilliant examples of the importance and potential of mathematical language. Seeing how all the principles and phenomena of electricity and magnetism can be condensed into four laws, four formulas that only occupy four lines, has always impressed me deeply.

This is expressed by the physicist and poet David Jou in his poem "The Equations of Maxwell":

*"Number, and synthesis, and finally unity  
In just four laws, thousands of phenomena  
And even more than that, a surprise-light  
All light  
The speed of light."*

Years ago, on the occasion of the World Year of Physics celebrated in Catalonia, we promoted the slogan "Physics is the basis of everything". Quite honestly, after hearing Dr. Atiyah's speech, I must say that "Physics, hand in hand with the strong language of mathematics, is the basis of everything".

Allow me now to refer to the relationship that Professor Atiyah has had with Catalonia and with UPC. It was on the occasion of the holding of the Third European Congress of Mathematics in Barcelona in 2000 that his professional relationship and friendship with Professor Sebastià Xambó –the then president of the Catalan Mathematics Society– was cemented, and that he established links with the academic community of our university.

At the entrance to this auditorium you will have seen an exhibition of eight panels, which I invite you to visit if you have not

already done so. This exhibition illustrates some interesting aspects of the life and work of Professor Atiyah, and was prepared with meticulous care and enthusiasm by the Dean of our Faculty of Mathematics and Statistics, Profesor Xambó, to whom I would like to extend my thanks.

I would also like to thank the Faculty of Mathematics and Statistics, and the other five departments that presented the joint proposal (the four Departments of Applied Mathematics of our university, and the Department of Statistics and Operations Research), and the Board of Governors for providing unanimous support for it.

Professor Atiyah, this ceremony to grant you an honorary doctorate that we are holding today represents, on the one hand, the recognition, by the Technical University of Catalonia, of your well-known merits as a scientist, and the expression of our sincerest and most heartfelt congratulations. On the other hand, it symbolizes the thanks of our university to a tireless scientist who, in his long career seeking new horizons, has come into contact with our Faculty of Mathematics and Statistics and its lecturers and researchers.

Allow me to say that I envy your drive and the rate of activity you maintain, which gives the impression that you have a secret mathematical formula for vital energy.

And I will now conclude. Professor Atiyah adds this distinction to a long list of awards that he has received during his career. A large number of universities, before ours, have awarded him this same distinction-the honorary doctorate-for his brilliant career. Today we are pleased to welcome Sir Michael Francis Atiyah to the University Senate. Professor Atiyah, our Senate is also distinguished with the honour of your membership.

Many thanks.

Servei de Comunicació i Promoció de la UPC, 2008 (8395)

Imprimeix: El Tinter, sal (empresa certificada ISO 14.001 i EMAS)

Dip. legal: B-







UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA