

Guia docent

200003 - FM - Fonaments de la Matemàtica

Última modificació: 18/05/2024

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
751 - DECA - Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2024 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: JOSÉ LUIS RUIZ MUÑOZ

Altres: Primer quadrimestre:
ANNA DE MIER VINUÉ - M-A, M-B
ALBA MUIXÍ BALLONGA - M-A, M-B
JOSÉ LUIS RUIZ MUÑOZ - M-A, M-B

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstroure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

- APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria seran essencialment exposicions del professor, incloent exemples detallats. A les classes de problemes hi haurà uns problemes resolts pel professor a tall de model, i altres que exposaran els estudiants.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu central de l'assignatura és ajudar a salvar el pont entre les matemàtiques del batxillerat i les de la universitat, tot donant als estudiants la fonamentació necessària per al desenvolupament dels seus estudis de grau.

Aquest objectiu es desenvolupa en dues línies entrelaçades. La primera és fer conscient a l'estudiant del paper essencial del concepte de demostració dins les matemàtiques. La segona, deixar sòlidament establerts continguts bàsics relacionats amb el llenguatge, amb els conjunts numèrics, i amb elements d'àlgebra.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Formalisme matemàtic: enunciats i demostracions

Descripció:

Proposicions lògiques. Taules de veritat. Tautologies i contradiccions. Equivalència lògica. Expressions amb quantificadors. Predicats i variables. Enunciats i demostracions. Tècniques de demostració: implicació, equivalències, enunciats amb quantificadors. Inducció. Sumatori i productori. Progresió aritmètica i geomètrica.

Dedicació: 28h 45m

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 16h 45m

Conjunts i aplicacions

Descripció:

Conjunt i subconjunt. Inclusió i igualtat. Conjunt de les parts. Operacions: unió, intersecció, diferència, complementari, producte cartesià. Correspondència i aplicació. Imatges i antiimatges per una aplicació. Aplicació injectiva, exhaustiva i bijectiva. Composició d'aplicacions. Aplicació identitat. Inversa d'una aplicació.

Dedicació: 28h 45m

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 16h 45m

Relacions, operacions i estructures

Descripció:

Relacions binàries en un conjunt. Relacions d'equivalència. Classe d'equivalència. Conjunt quocient. Particions. Descomposició canònica d'una aplicació. Relacions d'ordre. Elements notables dels conjunts parcialment ordenats. Estructures algebraïques: grup, anell i cos. Cos ordenat. Àlgebra de Boole. El grup simètric. Permutació, cicles i transposicions. Descomposició en cicles i en transposicions. Ordre i signe d'una permutació.

Dedicació: 31h 30m

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 18h 30m

Conjunts de nombres. Numerabilitat

Descripció:

Conjunts equipotents. Conjunts finits i infinits. Cardinal. Conjunts de nombres: naturals, enters, racionals, reals. Conjunts numerables i enumerables.

Dedicació: 16h 45m

Grup gran/Teoria: 4h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 9h 45m

El cos dels nombres complexos

Descripció:

El cos dels nombres complexos. Part real i part imaginària. La unitat imaginària. Parell ordenat i forma binòmica. El conjugat. Mòdul i argument. Expressió trigonomètrica i expressió polar. Potències i arrels. Exponencial d'un nombre complex. Expressió exponencial d'un nombre complex. Expressió matricial d'un nombre complex.

Dedicació: 16h 45m

Grup gran/Teoria: 4h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 9h 45m

Aritmètica

Descripció:

L'anell dels nombres enters. Elements invertibles. Divisors. Relació de divisibilitat. Teorema de la divisió euclidiana. Nombre primer. Teorema Fonamental de l'Aritmètica. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple. Identitat de Bézout i algorisme d'Euclides. Equacions diofàntiques. Congruències. Relació de congruència. L'anell d'enters modulars. Elements invertibles i divisors de zero. Equacions amb congruències.

Dedicació: 28h 45m

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 16h 45m



Polinomis

Descripció:

Polinomi amb una indeterminada. Igualtat de polinomis. Estructura algebraica. Divisió euclidiana i factorització. Divisors d'un polinomi. Polinomis primers. Teorema de descomposició factorial. Màxim comú divisor. Algorisme d'Euclides i identitat de Bézout. Funcions polinomials. Arrels d'un polinomi. Multiplicitat d'una arrel. Teorema Fonamental de l'Àlgebra. Polinomis primers amb coeficients complexos, reals o racionals. Polinomis amb coeficients en $\mathbb{Z}_p$. Fraccions racionals. Estructura algebraica. Fraccions simples (complexes i reals). Descomposició de fraccions racionals en fraccions simples.

Dedicació: 28h 45m

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 16h 45m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació de l'assignatura es realitzarà mitjançant l'avaluació continuada i un examen final. La nota d'avaluació continuada s'obté d'un examen parcial no eliminatori de matèria (examen de les mateixes característiques que l'examen final), i de la valoració d'altres activitats realitzades durant el curs.

La nota de l'assignatura s'obté segons la fórmula:

Nota = $\max\{\text{nota examen final}; 70\% \text{ nota examen final} + 25\% \text{ nota examen parcial} + 5\% \text{ valoració d'altres activitats}\}$.

Adicionalment hi haurà un examen extraordinari al juliol pels estudiants suspesos.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Bloch, Ethan D. Proofs and fundamentals [en línia]. 2nd ed. Boston: Springer Science + Business Media, 2011 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-7127-2>. ISBN 0817641114.
- Rosen, Kenneth H. Matemática discreta y sus aplicaciones [en línia]. 5a ed. Madrid: McGraw-Hill Interamericana, 2004 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=4143. ISBN 9788448140731.

Complementària:

- Pla, Josep. Introducció a la metodologia de la matemàtica. 1ª edició. Barcelona: Publicacions de la Universitat de Barcelona, 2006. ISBN 9788447530656.
- Cunningham, D. W. A Logical introduction to proof. 2013. Springer, ISBN 9781489990990.
- Houston, Kevin. How to think like a mathematician. 1a edició. Cambridge University Press, 2009. ISBN 9780521719780.