Guia docent
200121 - TOP - Topologia

Última modificació: 11/04/2024

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2024 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: ENRIC VENTURA CAPELL

Altres: Segon quadrimestre:
MARTA CASANELLAS RIUS - M-A, M-B
JOSEP ELGUETA MONTO - M-A, M-B
LLUÍS VENA CROS - M-A, M-B
ENRIC VENTURA CAPELL - M-A, M-B

CAPACITATS PRÈVIES

Càlcul en una variable
Càlcul diferencial
Àlgebra lineal
Geometria afí i euclidiana
Fonaments de la matemàtica

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:
1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:
4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstreure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat
observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió
crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:
11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Teoria. Classes magistrals en les quals es desenvolupa tot el cos de l'assignatura. Donat que, a més d'informativa (vocabulari topològic) és una assignatura formativa, es demostren la major part dels resultats. Procurem introduir cada tema amb alguna motivació que faci referència a coneixements previs de l'estudiant, o bé a problemes de la pròpia matèria. Resultats i definicions són il·lustrats amb exemples, contra-exemples i exercicis senzills.
Les classes de problemes pretenen que l'estudiant practiqui i desenvolupi els resultats explicats a clase de teoria.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

* Comprendre el concepte d'espai topològic. Ús dels conceptes de base, subbase i entorn. Saber comparar topologies.
* Comprendre els conceptes de connexió i compacitat en espais topològics. Capacitat de comprovar aquestes propietats en exemples concrets.
* Comprendre el concepte d'homeomorfisme. Capacitat per definir-ne i construir-ne en exemples senzills. Capacitat per argumentar quan dos espais topològics no poden ser homeomorfs.
* Capacitar per a la utilització de topologies induïdes, producte i quocient. Especialment, identificació d'espais quocients via homeomorfismes i propietats universals i capacitat de treball amb aplicacions definides en espais quocient.
* Entendre les caracteritzacions alternatives dels conceptes topològics en els espais mètrics.
* Entendre els conceptes bàsics d'homotopia entre aplicacions contínues i la construcció del conjunt de classes d'homotopia [X,Y]. Entendre el concepte de tipus d'homotopia d'espais topològics. Saber identificar retractes de deformació senzills.
* Entendre l'estructura de grup abelià de H^1(X) = [X, S^1] i els morfismes induïts per aplicacions contínues. Càlcul quan X és contràctil o la circumferència. Entendre el concepte d'elevació de camins i homotopies i de grau.
* Comprendre el concepte d'índex d'una corba tancada del pla respecte al punt i la seva relació amb els conceptes de grau i d'homotopia. Saber-lo calcular.
* Entendre com el concepte d'índex permet demostrar els teoremes bàsics de la topologia del pla i l'esfera: Brouwer, Borsuk-Ulam, invariància de la dimensió... Capacitat d'aplicar-los a diferents situacions.
* Saber classificar una superfície compacta a partir de la seva superfície poligonal.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Espais mètrics

Descripció:
Boles obertes i tancades. Conjunts oberts. Aplicacions contínues. Distàncies equivalents.

Dedicació: 10h
Grup gran/Teoria: 3h
Grup mitjà/Pràctiques: 2h
Aprenentatge autònom: 5h

Espais topològics

Descripció:
Oberts i tancats. Bases, subbases, entorns. Aplicacions contínues, homeomorfismes. El primer axioma de numerabilitat: caracterització de propietats topològiques mitjançant límit de successions. Espais de Hausdorff.

Dedicació: 24h
Grup gran/Teoria: 7h
Grup mitjà/Pràctiques: 5h
Aprenentatge autònom: 12h

Construcció d'espais topològics

Descripció:
Subespais. Productes d'espais topològics. Espais quocient. Exemples: superfícies topològiques.

Dedicació: 24h
Grup gran/Teoria: 7h
Grup mitjà/Pràctiques: 5h
Aprenentatge autònom: 12h

Compacitat

Descripció:
Espais compactes. Continuïtat i compacitat. Teorema del valor màxim. Productes i quocients d'espais compactes. Compacitat en espais mètrics: lema del nombre de Lebesgue.

Dedicació: 14h
Grup gran/Teoria: 4h
Grup mitjà/Pràctiques: 3h
Aprenentatge autònom: 7h

Connexió

Descripció:
Espais connexos. Components connexos. Continuïtat i connexió. Teorema del valor intermedi. Espais arcconnexos. Components arcconnexos.

Dedicació: 14h
Grup gran/Teoria: 4h
Grup mitjà/Pràctiques: 3h
Aprenentatge autònom: 7h

Introducció a l'homotopia

Descripció:
Homotopia d'aplicacions contínues. Espais contràctils. Retractes de deformació. El conjunt de les classes d'homotopia [X,Y]. El grup abelià [S^1,S^1]: grau d'una aplicació, lema d'aixecament de camins i homotopies.

Dedicació: 20h
Grup gran/Teoria: 6h
Grup mitjà/Pràctiques: 4h
Aprenentatge autònom: 10h

Aplicacions a la topologia del pla

Descripció:
Índex d'una corba tancada. Teoremes de Poincaré-Böhl i Rouché. Teorema del punt fix de Brouwer. El teorema fonamental de l'àlgebra. El teorema de Borsuk-Ulam. Invariància de la dimensió.

Dedicació: 22h
Grup gran/Teoria: 7h
Grup mitjà/Pràctiques: 4h
Aprenentatge autònom: 11h

Classificació de superfícies compactes

Descripció:
Triangulació de superfícies compactes. Superfícies poligonals. Superfícies stàndards. Suma connexa de superfícies. Teorema de classificació. Orientació, gènere i característica d'Euler.

Dedicació: 22h
Grup gran/Teoria: 7h
Grup mitjà/Pràctiques: 4h
Aprenentatge autònom: 11h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Examen parcial no eliminatori de matèria i examen final.
La nota de l'assignatura serà el màxim entre la nota de l'examen final i la suma ponderada de les notes del parcial i del final amb pesos del 30% i 70%, respectivament.

Addicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:
- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, 1992. ISBN 9788429150988.
- Munkres, James R. Topología. 2a ed. Madrid: Prentice-Hall, 2002. ISBN 8420531804.
- Pascual Gainza, P.; Roig, A. Topologia [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 2004 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: http://hdl.handle.net/2099.3/36790. ISBN 8483017504.
- Sieradski, A. An introduction to topology and homotopy. Boston: PWS-KENT, 1992. ISBN 0534929605.
- Viro, O. Ya [et al.]. Elementary topology : problem textbook [en línia]. Providence: American Mathematical Society, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=4715680. ISBN 9780821845066.

Complementària:
- Jänich, Klaus. Topology. New York: Springer-Verlag, 1984. ISBN 0387908927.
- Massey, William S. A basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro Aznar, V.; Pascual Gainza, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions UB, 1999. ISBN 8483381230.
- Wall, C.T.C. A geometric introduction to topology. New York: Dover, 1993. ISBN 0486678504.