

Guia docent

200151 - ALN - Àlgebra Lineal Numèrica

Última modificació: 19/05/2024

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2024 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JUAN RAMON PACHA ANDUJAR

Altres: Segon quadrimestre:
JUAN RAMON PACHA ANDUJAR - M-A, M-B
ÓSCAR RODRÍGUEZ DEL RÍO - M-A, M-B

CAPACITATS PRÈVIES

L'estudiant haurà d'haver assolit els objectius que es detallen a la guia docent de l'assignatura d'Àlgebra Lineal (codi AL-200002) la qual s'imparteix al primer quadrimestre del Grau de Matemàtiques.

REQUISITS

Haver seguit almenys un curs d'Àlgebra Lineal amb continguts semblats al curs d'Àlgebra Lineal de primer del Grau de Matemàtiques. Consulteu la Guia docent, codi AL-200002.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les 5 hores de classe setmanals es divideixen en 3 hores a aula convencional i 2 hores a aula d'ordinadors. Generalment, els conceptes teòrics es presenten i desenvolupen a l'aula convencional. A l'aula d'ordinadors es fan majoritàriament problemes, exemples d'implementació i ús dels mètodes numèrics, així com exemples d'aplicació en ciències i enginyeria. També es realitza el seguiment de l'evolució dels exercicis pràctics proposats.

Tota la informació referent a la organització i seguiment de l'assignatura, i tot el material docent es publica a la intranet docent.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'assignatura té dos objectius principals: (1) donar una idea global del paper dels mètodes numèrics en la resolució de problemes habituals a les matemàtiques, la física i l'enginyeria, i (2) proporcionar un sòlida base en la resolució numèrica dels problemes d'àlgebra lineal.

L'alumne ha d'adquirir capacitats per:

- Conèixer i entendre les possibilitats, i les limitacions, dels mètodes numèrics per a la resolució de problemes de la matemàtica i d'altres disciplines
- Conèixer i entendre les tècniques numèriques bàsiques per a resolució de sistemes d'equacions lineals i problemes d'autovalors.
- Seleccionar i utilitzar un mètode numèric apropiat per a la resolució d'un problema concret, identificant-ne els avantatges i inconvenients.
- Adquirir competència i agilitat a l'hora d'expressar el mètodes numèrics estudiats en forma d'algorismes per a, finalment, codificar-los d'una manera eficient en el llenguatge de programació Python.
- Analitzar críticament els resultats obtinguts (precisió en el resultat d'interès, adequació del mètode numèric i del model matemàtic, interpretació dels resultats).
- Presentar els resultats de forma clara i concisa.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Introducció als mètodes numèrics

Descripció:

- Introducció: Iteracions, recurrències, diferències finites, etc.
- El llenguatge de programació Python. Llibreries numpy, sympy i matplotlib.

Competències relacionades:

GM-CE3. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.

Dedicació: 17h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 13h 30m

Aritmètica finita i precisió

Descripció:

- Representació binària de nombres en coma flotant. L'estàndard IEEE-754 de l'aritmètica de coma flotant.
- Errors en les operacions numèriques. Propagació dels errors. Anàlisi progressiu i regressiu de propagació d'errors.
- Estabilitat i inestabilitat numèriques. Exemples. Condicionament d'algorismes numèrics.

Competències relacionades:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 3h

Aprenentatge autònom: 12h

Sistemes d'equacions lineals. Mètodes directes

Descripció:

- Conceptes bàsics. Tipologia de matrius. Ortogonalitat. Normes vectorials i matricials, i equivalència.
- Eliminació gaussiana. Pivotatge parcial i total, factoritzacions LU, Cholesky, Doolittle i Crout.
- Factorització QR. Ortogonalització de Gram-Schmidt i variants estables. Projectors ortogonals de Givens i Householder.
- Sistemes sobre-determinats i aproximacions per mínims quadrats.
- Nombre de condició d'una matriu i errors en la solució de sistemes lineals. Refinament iteratiu.
- Matrius banda, matrius per blocs i disperses. Factorització LU de matrius banda i disperses, i fill-in. Factorització LU incompleta, criteris. Us com a preconditionadors.
- Factorització de matrius particionades. Subestructuració i complement de Schur.

Competències relacionades:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Dedicació: 57h 30m

Grup gran/Teoria: 15h

Grup petit/Laboratori: 8h

Aprenentatge autònom: 34h 30m

Sistemes d'equacions lineals. Mètodes iteratius

Descripció:

- Mètodes estacionaris clàssics: Jacobi, Gauss-Seidel, sobre relaxació (SOR).
- Mètodes per a matrius simètriques. Gradient i gradient conjugat.
- Preconditionadors.

Competències relacionades:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Dedicació: 35h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup petit/Laboratori: 9h

Aprenentatge autònom: 18h

Càlcul de valors propis i descomposició en valors singulars, DVS

Descripció:

- Mètode de la potència i derivats: Potència inversa, desplaçada i inversa desplaçada.
- Mètode de Jacobi. Reducció a forma tridiagonal de matrius simètriques.
- Iteracions basades en factoritzacions QR. Reducció a forma Hessenberg.
- Descomposició en valors singulars, SVD.
- Aplicacions.

Competències relacionades:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Dedicació: 57h 30m

Grup gran/Teoria: 15h

Grup petit/Laboratori: 8h

Aprenentatge autònom: 34h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'assignatura s'avalua mitjançant exàmens (E) i un conjunt de pràctiques que s'hauran de lliurar dins un termini especificat (AC). La nota de l'assignatura serà la mitjana ponderada

$$NF = 0.8E + 0.2AC$$

on la nota E es calcula a partir de la les notes dels exàmens parcials (EP), final (EF) com

$$E = \max(0.3 EP + 0.7 EF, EF)$$

A la convocatòria extraordinària E és el mínim entre 7 i la nota de l'examen extraordinari.

Tot i que, pel que fa a la nota de pràctiques (AC) només s'avaluaran les pràctiques lliurades, és convenient fer tots els exercicis proposats, ja que algunes preguntes dels exàmens poden estar basades en ells o requerir desenvolupaments tècnics similars.

Donat que una part dels exàmens consistirà en l'aplicació dels codis desenvolupats a les classes de pràctiques, el exàmens es realitzaran a les aules de PCs.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Allaire, Grégoire; Trabelsi, Karim; Kaber, Sidi Mahmoud. Numerical linear algebra [en línia]. New York: Springer, cop. 2008 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-68918-0>. ISBN 9780387341590.
- Aubanell, Anton; Benseny, Antoni; Delshams, Amadeu. Útiles básicos de cálculo numérico. Barcelona: Labor, 1993. ISBN 8433551566.
- Björck, A. Numerical methods in matrix computations [en línia]. Cham: Springer, 2015 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-319-05089-8>. ISBN 3319050893.
- Bonet, Carles. Càlcul numèric [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 1994 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.3/36356>. ISBN 8476533764.
- Golub, Gene H; Van Loan, Charles F. Matrix computations. 4th ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013. ISBN 9781421407944.
- Grau Sánchez, Miquel; Noguera Batlle, Miquel. Càlcul numèric. Barcelona: Edicions UPC, 1993. ISBN 8476532563.
- Saad, Y. Iterative methods for sparse linear systems. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 2003. ISBN 0898715342.
- Saad, Y. Numerical methods for large eigenvalue problems [en línia]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, 2011 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://www-users.cse.umn.edu/~saad/books.html>.
- Stoer, Josef; Bulirsch, Roland. Introduction to numerical analysis. 3rd ed. New York [etc.]: Springer, cop. 2002. ISBN 9781441930064.
- Wilkinson, J. H. The Algebraic eigenvalue problem. Oxford: Clarendon Press, cop. 1965. ISBN 0198534183.

Complementària:

- Demmel, James W. Applied numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 1997. ISBN 0898713897.
- Goldberg, D.. "What every computer scientist should know about floating-point arithmetic". ACM Computing Surveys [en línia]. Vol. 23, Num. 1, 1991 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://dl-acm-org.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/abs/10.1145/103162.103163>.
- Higham, Nicholas J. Accuracy and stability of numerical algorithms. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, cop. 2002. ISBN 0898715210.
- Kincaid, David; Cheney, E. W. Análisis numérico: las matemáticas del cálculo científico. Argentina [etc.]: Addison-Wesley Iberoamericana, cop. 1994. ISBN 0201601303.
- Press, William H. Numerical recipes in C : the art of scientific computing. 1st publ. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, cop. 1988. ISBN 052135465X.
- Quarteroni, Alfio; Saleri, Fausto; Gervasio, Paola. Scientific computing with MATLAB and Octave [en línia]. 3rd ed. Heidelberg [etc.]: Springer, 2010 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-12430-3>. ISBN 9783642124297.
- Trefethen, Lloyd N; Bau, David. Numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997. ISBN 9780898713619.