

Guia docent

200161 - MD - Matemàtica Discreta

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable:

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Per a cursar aquesta assignatura cal que l'estudiant hagi assimilat els continguts de les assignatures del primer quadrimestre del grau en Matemàtiques.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstenir-se les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria seran bàsicament classes magistrals de pissarra.

Les classes de problemes consistiran principalment en la resolució a la pissarra, de manera interactiva entre professor i alumnes, de problemes proposats amb antel·lació.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu principal de l'assignatura és familiaritzar l'estudiant amb les estructures bàsiques de la matemàtica discreta, la seva manipulació i la seva interrelació. Més concretament:

- Saber aplicar les tècniques bàsiques d'enumeració i conèixer algunes famílies destacades de nombres combinatoris.
- Saber les diverses formes en què es pot presentar la solució d'un problema enumeratiu (fórmula tancada, estimació asimptòtica, successió recurrent, funció generadora) i disposar de les eines adients per a tractar cadascuna.
- Familiaritzar-se amb la probabilitat discreta i utilitzar-la en demostracions d'existència no constructiva.
- Conèixer els grafs com a model abstracte de relacions binàries i conèixer les propietats bàsiques que poden tenir, saber caracteritzar-les i relacionar-les amb altres propietats.
- Saber modelar i resoldre problemes en àmbits diversos usant tècniques de teoria de grafs.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	20.69
Hores activitats dirigides	7,5	3.45
Hores grup mitjà	30,0	13.79
Hores grup petit	30,0	13.79
Hores aprenentatge autònom	105,0	48.28

Dedicació total: 217.5 h

CONTINGUTS

1. Combinatòria enumerativa

Descripció:

Principis enumeratius. Seleccions, paraules i distribucions. Propietats dels nombres binomials. Nombres multinomials. Doble compteig, Principi del colomar i Principi d'Inclusió-Exclusió. Particions de conjunts i d'enters. Estimació asimptòtica.

Dedicació: 72h

Grup gran/Teoria: 15h

Grup mitjà/Pràctiques: 11h

Aprenentatge autònom: 46h

2. Recurrència i Funcions generadores

Descripció:

Resolució de recurrències per inducció i per expansió. Successions, sèries formals de potències i funcions generadores. Recurrències lineals amb coeficients constants. Funció generadora de particions d'enters. Nombres de Catalan i bijeccions.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

3. Probabilitat discreta

Descripció:

Espais de probabilitat discrets. Independència i probabilitat condicionada. Variables aleatòries. Models aleatoris discrets. Esperança i variància. Desigualtats de Markov i Txebyshev. Introducció al mètode probabilístic.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

4. Teoria de grafs

Descripció:

Definicions bàsiques. Isomorfisme de grafs. Recorreguts. Grafs connexos. Distància i diàmetre. Definició i caracterització d'arbres. Arbres generadors. Nombre d'arbres generadors. Circuits i grafs Eulerians. Caracterització dels grafs Eulerians. Cicles i grafs Hamiltonians. Teoremes de suficiència. Emparellaments. Emparellaments en grafs bipartits. Coloració de grafs. Nombre cromàtic. Grafs planaris. Fórmula d'Euler.

Dedicació: 64h

Grup gran/Teoria: 16h

Grup mitjà/Pràctiques: 10h

Aprenentatge autònom: 38h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Lliurament de problemes/activitats (PR, 10%), examen quadrimestral (EP, 30%) i examen final (EF, 60%). La nota de l'examen final prevaldrà si és superior a la ponderada al curs. Es considerarà el màxim de totes les possibilitats:

$\text{MAX} (\text{EF}, 0.7 \cdot \text{EF} + 0.3 \cdot \text{EP}, 0.9 \cdot \text{EF} + 0.1 \cdot \text{PR}, 0.6 \cdot \text{EF} + 0.3 \cdot \text{EP} + 0.1 \cdot \text{PR})$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos. En aquest cas no es considerarà l'avaluació contínua realitzada durant el curs.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Comellas Padró, Francesc [et al.]. Matemàtica discreta [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consulta: 22/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36194>. ISBN 8483014564.
- Durrett, Rick. Elementary probability for applications [en línia]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pg-origsite=primo&docID=461127>. ISBN 9780521867566.
- Matousek, J.; Nešetřil, J. Invitación a la matemática discreta. Barcelona: Reverté, 2008. ISBN 9788429151800.
- West, Douglas Brent. Introduction to graph theory. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001. ISBN 0130144002.
- Cameron, Peter J. Combinatorics : topics, techniques, algorithms. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. ISBN 9780521457613.

Complementària:

- Biggs, Norman L. Matemática discreta. Barcelona: Vicens-Vives, 1994. ISBN 8431633115.
- Aigner, M.; Ziegler, G. M. El Libro de las demostraciones. Tres Cantos: Nivola, 2005. ISBN 8495599953.
- Brunat, Josep M. Combinatòria i teoria de grafs. 3a ed. Barcelona: Edicions UPC, 1997. ISBN 8483012162.
- Diestel, Reinhard. Graph theory. 3rd ed. Berlin: Springer, 2005. ISBN 3540261826.
- Gimbert, Joan [et al.]. Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes. Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida, 1998. ISBN 8489727651.
- Graham, Ronald L.; Knuth, D. E.; Patashnik, O. Concrete mathematics : a foundation for computer science. 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1994. ISBN 0201558025.
- Lovász, L.; Pelikán, J.; Vesztegombi, K. Discrete mathematics: elementary and beyond [en línia]. New York: Springer, 2003 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97469>. ISBN 0387955844.
- Mitzenmacher, M.; Upfal, E. Probability and computing: randomized algorithms and probabilistic analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0521835402.
- Loehr, Nicholas A. Bijective combinatorics. Boca Raton, FL: Chapman & Hall, 2011. ISBN 9781439848845.
- Bondy, J. A; Murty, U. S. R. Graph theory. New York: Springer, cop. 2008. ISBN 9781846289699.