

Guia docent

200203 - VD - Varietats Diferenciables

Última modificació: 11/04/2024

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2024 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE
Altres: Primer quadrimestre:
CARLES BATLLE ARNAU - M-A
FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE - M-A

CAPACITATS PRÈVIES

Totes les adquirides en les assignatures d'Àlgebra Lineal, Algebra Multilineal, Càlcul en una variable, Càlcul Diferencial, Càlcul Integral, Topologia, Geometria Diferencial i Equacions Diferencials Ordinaries.

REQUISITS

Tenir aprovades les assignatures indicades en l'apartat de capacitats prèvies.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

A les classes teòriques es presentaran i desenvoluparan els continguts del curs. La majoria dels temes seran presentats pels professors, però podria haver-hi algunes sessions amb presentacions a càrrec dels estudiants.

Hi haurà una llista de problemes dissenyats per a ajudar els estudiants a aprofundir i madurar el seu domini dels conceptes i tècniques presentats a la classe de teoria. Alguns problemes es resoldran a classe i altres es deixaran com a treball a lliurar.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Els objectius principals del curs són els següents:

- Entendre i dominar els conceptes bàsics de la geometria diferencial: varietat diferenciable, aplicació diferenciable, espais tangent i cotangent, aplicació tangent, subvarietats, camps vectorials i 1-formes diferencials, camps tensorials, etc.
- Realitzar càlculs bàsics amb els objectes esmentats, tant en coordenades com de forma intrínseca.
- Entendre la interpretació geomètrica dels objectes estudiats i relacionar-los amb els estudiats prèviament a les assignatures de Càlcul diferencial, Càlcul integral, Àlgebra lineal i multilinear, Geometria diferencial i Equacions diferencials així com amb les que es desenvolupin en paral·lel com la Topologia o la Geometria algebraica.

A més, al final del curs, els estudiants haurien de:

- Ser capaços de buscar bibliografia adequada, i d'entendre la literatura científica sobre el tema.
- Ser capaços d'aplicar els conceptes estudiats a altres àrees com la mecànica teòrica, la teoria de control, la física matemàtica o la geometria dels sistemes dinàmics.
- Ser conscients de l'àmplia gamma de camps i problemes als quals es poden aplicar les tècniques de la geometria diferencial.
- Ser capaços d'entrar en un grup de recerca sobre aquest tipus de temes i les seves aplicacions.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup petit	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

- Temes bàsics.

Descripció:

- 1 - Varietats diferenciables. Fibrat tangent. Camps vectorials i fluxos. Derivada de Lie. Subvarietats i aplicacions diferenciables.
- 2 - Introducció als grups de Lie i àlgebres de Lie. Grups de Lie clàssics i les seves àlgebres de Lie.
- 3 - Distribucions tangents i foliacions. Teorema de Frobenius. Aplicacions.
- 4 - Geometria riemanniana. Connexió de Levi-Civita. Derivació covariant. Geodèsiques i aplicació exponencial. Curvatura. Teorema de Hopf-Rinow.
- 5 - Fibrat cotangent. Formes diferencials. Camps tensorials. Introducció a la cohomologia de de Rham. Sistemes de Pfaff.

Dedicació: 60h

Grup gran/Teoria: 30h

Grup mitjà/Pràctiques: 30h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La nota de l'assignatura s'obté a partir de les notes de treballs lliurats al llarg del curs (20%), d'un control breu (10%) i d'un examen final amb qüestions teòriques (20%) i problemes (50%). Si la nota del control és més baixa que la de l'examen final de problemes, llavors els pesos respectius seran 0%, 60%.

En el cas d'un grup petit, l'examen escrit pot ser substituït pel treball personal i exposicions orals.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Conlon, L. Differentiable manifolds. 2nd ed. Boston: Birkhauser, 2008. ISBN 9780817647667.
- Carmo, Manfredo Perdigão do. Riemannian geometry. Boston: Birkhäuser, 1992. ISBN 0817634908.
- Lee, John M. Introduction to smooth manifolds. 2nd. New York: Springer, cop. 2013.
- Lee, John M. Riemannian manifolds: an introduction to curvature [en línia]. New York: Springer, 1997 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b98852>. ISBN 038798271X.
- Tu, Loring W. An introduction to manifolds [en línia]. 2nd ed. New York: Universitext, Springer, 2010 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-7400-6>. ISBN 9780387480985.

Complementària:

- Abraham, R.; Marsden, J.; Ratiu, T. Manifolds, tensor analysis and applications. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1988. ISBN 0387967907.
- Aubin, Thierry. A course in differential geometry. Providence: American Mathematical Society, 2001. ISBN 082182709X.
- Boothby, William Munger. An introduction to differentiable manifolds and riemannian geometry. 2nd ed. San Diego: Academic Press, 1986. ISBN 012116053X.
- Wasserman, Robert H. Tensors and manifolds with applications to physics. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2004. ISBN 0198510594.
- Lafontaine, Jacques. Introduction aux variétés différentielles. Presses Universitaires de Grenoble, 1996. ISBN 2706106549.
- Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and lie groups. Springer, 1983.
- Gadea, Pedro M.; Muñoz Masqué, Jaime; Mykytyuk, Ihor V. Analysis and algebra on differentiable manifolds [en línia]. 2nd. London: Springer, 2013 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-94-007-5952-7>. ISBN 9789400759510.

RECURSOS

Enllaç web:

- Pàgina amb informació i materials del curs. <https://web.mat.upc.edu/xavier.gracia/vardif/>