

Guia docent

200248 - MNED - Mètodes Numèrics per a Equacions Diferencials

Última modificació: 11/04/2024

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 751 - DECA - Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2024 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: ESTHER SALA LARDIES
Altres: Primer quadrimestre:
SONIA FERNANDEZ MENDEZ - M-A
ESTHER SALA LARDIES - M-A

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
4. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
5. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
6. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
7. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
8. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
9. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
10. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
11. CG-4. Saber abstenir-se les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

13. EMPRENEDORIA I INNOVACIÓ: Conèixer i comprendre l'organització d'una empresa i les ciències que regeixen la seva activitat; capacitat per comprendre les regles laborals i les relacions entre la planificació, les estratègies industrials i comercials, la qualitat i el benefici.

14. SOSTENIBILITAT I COMPROMÍS SOCIAL: Conèixer i comprendre la complexitat dels fenòmens econòmics i socials típics de la societat del benestar; capacitat per relacionar el benestar amb la globalització i la sostenibilitat; habilitat per usar de forma equilibrada i compatible la tècnica, la tecnologia, l'economia i la sostenibilitat.

15. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

16. TREBALL EN EQUIP: Ser capaç de treballar com a membre d'un equip, ja sigui com un membre més, o realitzant tasques de direcció amb la finalitat de contribuir a desenvolupar projectes amb pragmatisme i sentit de la responsabilitat, tot assumint compromisos considerant els recursos disponibles.

17. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classe es repartiran entre sessions en aula convencional i aula d'ordinadors. En les primeres es presentaran els conceptes més teòrics, mentre que les sessions en aula d'ordinadors s'aprofitaran per implementar mètodes numèrics, comprovar-ne el seu comportament i resoldre exemples d'aplicacions. També es dedicarà temps per treballar en els exercicis pràctics proposats.

La informació sobre l'organització de l'assignatura i el material docent es publicarà a la intranet.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu d'aquesta assignatura és proporcionar una base teòrica i pràctica sòlida en mètodes numèrics per a la resolució d'equacions diferencials tant ordinàries (EDO) com en derivades parcials (EDP), que permeti a l'estudiant seguir assignatures de modelització i d'aplicació de les equacions diferencials a les ciències i l'enginyeria.

Capacitats a adquirir:

- Familiarització amb els mètodes Runge-Kutta i Lineals Multipàs per a les EDO i de Diferències Finites i Elements Finites per a les EDP.
- Visió general dels aspectes computacionals més importants que apareixen en la resolució numèrica de problemes descrits mitjançant equacions diferencials.
- Coneixement de les propietats i limitacions dels mètodes.
- Capacitat per interpretar resultats i controlar la qualitat de la solució.
- Experiència en l'ús de codis prototipus i comercials.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup petit	30,0	20.00
Hores grup gran	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

1. Equacions ordinàries. Nocions bàsiques. Error de truncament i ordre d'un mètode. Convergència

Descripció:

Problemes de valor inicial i de valor a la frontera. Els mètodes d'Euler, Euler millorat i Euler implícit. Error de truncament local i global. Ordre d'un mètode. Estimació numèrica de l'ordre. Convergència.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup petit/Laboratori: 3h

Activitats dirigides: 2h

Aprenentatge autònom: 7h

2. Mètodes de Runge-Kutta i lineals multipàs. Implementació

Descripció:

Mètodes de Runge-Kutta explícits i implícits. Regió d'estabilitat absoluta d'un mètode. Exemples. Exploració numèrica de problemes stiff: l'equació de van der Pol.

Generalitats sobre mètodes lineals multipàs. Mètodes d'Adams-Bashforth i Adams-Moulton. Mètodes BDF.

Mètodes predictor-corrector. Condicions de consistència, estabilitat i convergència. Estimació de l'error local i adaptació del pas.

Implementacions comercials i freeware.

Dedicació: 24h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Activitats dirigides: 3h

Aprenentatge autònom: 9h

3. Equacions en derivades parcials (EDP). Conceptes generals sobre la resolució numèrica

Descripció:

Problemes en enginyeria i ciències aplicades que habitualment necessiten resolució numèrica d'EDP. EDP lineals de 2n ordre: classificació, interpretació física. Aspectes fonamentals de la resolució numèrica. Condicions de contorn.

Dedicació: 26h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Activitats dirigides: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

4. Solució numèrica d'EDP amb el Mètode de les Diferències Finites (MDF)

Descripció:

Operadors en diferències. Discretització de l'equació parabòlica unidimensional amb el Mètode de Diferències Finites (MDF).

Sistemes d'equacions en diferències. Anàlisi de convergència, estabilitat i consistència. Problemes multidimensionals i aplicacions.

Discretització amb el MDF. Limitacions

en comparació amb el Mètode dels Elements Finites (MEF).

Dedicació: 26h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Activitats dirigides: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

5. Solució numèrica d'equacions parabòliques i el·líptiques amb el MEF

Descripció:

Forma forta, mètode dels residus ponderats i forma feble per a equacions el·líptiques. Tractament de les condicions de contorn. Interpolació en elements finits: malla i splines. Integració numèrica. Element de referència i transformació isoparamètrica. Tipus d'elements més emprats. Implementació eficient d'un codi d'elements finits. Propietats de convergència. Integració temporal en problemes transitoris.

Dedicació: 26h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Activitats dirigides: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

6. Control de la qualitat de la solució

Descripció:

Necessitat de garantir la qualitat de la solució. Conceptes de verificació i validació. Conceptes bàsics d'estimació de l'error, estimació orientada a magnituds d'interès. Remallat i adaptivitat.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup petit/Laboratori: 3h

Activitats dirigides: 2h

Aprenentatge autònom: 7h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La qualificació final de l'estudiant s'obté com

- un 50% de treball de curs (exercicis, petits projectes... proposats a classe, on es dedicarà un cert temps a resoldre'ls)
- un 50% d'exàmens

Totes les qualificacions es fan sobre 10 i la nota mínima per aprovar és un 5.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Són obligatòries l'assistència a un mínim de classes i la realització dels treballs de curs.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Butcher, J. C. Numerical methods for ordinary differential equations. Wiley, 2016.
- Dekker, K.; Verwer, J.G. Stability of Runge-Kutta methods for stiff nonlinear differential equations. Elsevier, 1984. ISBN 0444876340.
- Shampine, L. F.; Gladwell, I.; Thompson, S. Solving ODEs with MATLAB. Cambridge University Press, 2003. ISBN 0521530946.
- Hoffman, Joe D. Numerical methods for engineers and scientists. 2nd. New York: Marcel Dekker, 2001. ISBN 0824704436.
- Quarteroni, Alfio. Numerical models for differential problems [en línia]. Springer Verlag-Milano, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-88-470-1071-0>. ISBN 9788847010710.
- Zienkiewicz, O. C. [et al.]. The Finite element method [en línia]. 6th. Oxford: Butterworth Heinemann, [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7854. ISBN 9780750664318.

Complementària:

- Donea, J.; Huerta, A. Finite element methods for flow problems [en línia]. Chichester: John Wiley Sons, 2003 [Consulta:



21/06/2023]. Disponible a: <https://onlinelibrary-wiley-com.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/book/10.1002/0470013826>. ISBN 0471496669.

- Elman, H.; Silvester, D.; Wathen, A. Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics. Oxford University Press, 2005. ISBN 019852868 X.
- Ortega, James M. Numerical analysis: a second course. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1990. ISBN 0898712505.
- Ames, William F. Numerical methods for partial differential equations. Boston Academic Press, 1992. ISBN 012056761X.
- Ainsworth, M.; Oden, J. T. A Posteriori error estimation in finite element analysis. New York: John Wiley & Sons, 2000. ISBN 047129411X.
- Evans, G.; Blackledge, J.; Yardley, P. Numerical methods for partial differential equations. London: Springer Verlag, 1999. ISBN 354076125X.
- Johnson, Claes. Numerical solution of partial differential equations by the finite element method. Mineola, NY: Dover Publications, 2009. ISBN 9780486469003.
- Hughes, Thomas J. R. The Finite element method: linear static and dynamic finite element analysis. Mineola, New York: Dover Publications, 1987. ISBN 0486411818.