



## Guía docente

# 200004 - CD - Cálculo Diferencial

Última modificación: 26/07/2024

**Unidad responsable:** Facultad de Matemáticas y Estadística

**Unidad que imparte:** 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

**Titulación:** GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).

**Curso:** 2024      **Créditos ECTS:** 7.5      **Idiomas:** Catalán, Castellano

### PROFESORADO

**Profesorado responsable:** ANTONI GUILLAMON GRABOLOSA

**Otros:** Segon quadrimestre:

ANTONI GUILLAMON GRABOLOSA - M-A, M-B

JOSE TOMAS LAZARO OCHOA - M-A, M-B

SEBASTIA MARTIN MOLLEVI - M-A, M-B

PATRICIA SÁNCHEZ MARTÍN - M-A, M-B

### CAPACIDADES PREVIAS

Haber cursado las asignaturas "Cálculo en una variable" y "Álgebra lineal".

### COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

#### Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.



**Genéricas:**

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas construidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

**Transversales:**

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

## METODOLOGÍAS DOCENTES

Los estudiantes dispondrán de unos apuntes del curso y de varias listas de ejercicios y problemas, elaboradas por el profesorado de la asignatura:

1. Lista de ejercicios y problemas propuestos (con solución, pero sin resolución), algunos de los cuales se resolverán en clase.
2. Lista de ejercicios y problemas resueltos (algunos de los cuales provendrán de exámenes anteriores).
3. Lista periódica de ejercicios elementales de tipo calculístico, a modo de apoyo al estudio continuado. El objetivo es que el estudiante que haya asistido a clase pueda resolver estos ejercicios (que no se evaluarán) de manera autónoma y en poco tiempo.

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo fundamental de la asignatura es el estudio de la continuidad y diferenciabilidad de las funciones de diversas variables y sus aplicaciones.

Se parte de los conocimientos sobre funciones reales de una variable real, estudiados en la asignatura "Cálculo de una variable". El paso de una variable a varias no es trivial. Entender con detalle esta generalización debe aumentar la madurez matemática del estudiante y le permitirá alcanzar un nivel superior de abstracción, imprescindible en su progreso a lo largo de los estudios de matemáticas.

Entender los teoremas fundamentales del curso, conocer su alcance, técnicas de demostración y aplicaciones.

Fomentar la intuición geométrica de los estudiantes.

Adquirir destreza en todo tipo de cálculos relacionados con las funciones de diversas variables.

## HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	105,0	56.00
Horas actividades dirigidas	7,5	4.00



Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00

**Dedicación total:** 187.5 h

## CONTENIDOS

### 1. Topología de $R^n$ . Sucesiones.

#### Descripción:

- Espacios euclídeos, normados y métricos. Caso particular de  $R^n$ .
- Conjuntos abiertos y cerrados. Interior, exterior y frontera.
- Sucesiones en  $R^n$ . Límite. Sucesiones de Cauchy. Completitud. Caracterización de los cerrados mediante sucesiones.
- Conjuntos acotados. Compacidad. Definiciones equivalentes. Caso particular de  $R^n$ . Teorema de Bolzano-Weierstrass.
- Conjuntos conexos.

#### Dedicación:

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

### 2. Límites y continuidad de funciones.

#### Descripción:

- Funciones de varias variables. Conjuntos de nivel y gráfica de funciones reales.
- Límite de una función en un punto (especial énfasis en el caso de dos variables).
- Continuidad en un punto y en un conjunto. Propiedades de las funciones continuas.
- Continuidad y compacidad. Teorema de Weierstrass.
- Continuidad uniforme. Teorema de Heine-Cantor.
- Normas y distancias equivalentes. Teorema del punto fijo.

#### Dedicación:

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

### 3. Diferenciabilidad.

#### Descripción:

- Diferenciabilidad en un punto. Hiperplano tangente a la gráfica de una función real.
- Derivadas parciales y direccionales. Matriz jacobiana. Gradiente de una función.
- Diferenciabilidad y operaciones. Regla de la cadena. Relación entre diferenciabilidad, continuidad y derivadas parciales.
- Diferenciabilidad en un abierto. Teorema del valor medio. Funciones de clase  $C^1$ .
- Curvas diferenciables.

#### Dedicación:

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 20h



#### 4. Teoremas de las funciones diferenciables.

**Descripción:**

- Derivadas parciales de orden superior. Teorema de Schwarz. Funciones de clase  $C^n$ . Algunas ecuaciones de la física matemática. Cambios de variable en ecuaciones que contengan derivadas parciales.
- Teorema de la función inversa. Difeomorfismos.
- Teorema de la función implícita. Derivación de funciones implícitas.
- Teoremas del rango.

**Dedicación:** 41h

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 25h

#### 5. Fórmula de Taylor. Extremos locales.

**Descripción:**

- Fórmula de Taylor. Expresiones del residuo.
- Extremos locales. Puntos críticos.
- Clasificación de puntos críticos: formas cuadráticas, matriz hessiana.
- Criterios de Silvester y de los valores propios de la matriz hessiana.

**Dedicación:** 33h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 20h

#### 6. Subvariedades de $R^n$ y extremos condicionados.

**Descripción:**

- Subvariedades de  $R^n$ . Vectores tangentes. Espacios tangente y normal en un punto.
- Variedades parametrizadas y variedades implícitas. Curvas y superficies regulares.
- Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange.
- Extremos absolutos.

**Dedicación:** 32h

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 20h

### SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Nota Final=  $\max\{70\% \text{ nota examen final} + 25\% \text{ nota examen parcial} + 5\% \text{ evaluación continua}; 90\% \text{ examen final} + 10\% \text{ evaluación continua}; 80\% \text{ examen final} + 20\% \text{ examen parcial}\}$ .

Adicionalmente, se realizará un examen final extraordinario en Julio para quien no haya superado la asignatura en la evaluación ordinaria. En la nota de reevaluación no se tendrán en cuenta las notas anteriores.



## BIBLIOGRAFÍA

---

### Básica:

- Mazón Ruiz, José M. Cálculo diferencial : teoría y problemas. Valencia: Universidad de Valencia, 2008. ISBN 9788437071886.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: Freeman and Co, 1993. ISBN 0716721058.
- Chamizo, F. Cálculo III (notes d'un curs a la Universidad Autónoma de Madrid) [en línea]. [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://matematicas.uam.es/~fernando.chamizo/asignaturas/to2009/calculoIII0002/calculoIII0002.html>.

### Complementaria:

- Bombal Gordon, Fernando ; Marín, R. ; Vera. Problemas de análisis matemático. 2 ed. Madrid, 1988. ISBN 8472881008.