



## Guía docente

# 20202 - TOPA - Topología Algebraica

Última modificación: 29/05/2025

**Unidad responsable:** Facultad de Matemáticas y Estadística

**Unidad que imparte:** 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

**Titulación:** GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).

**Curso:** 2025

**Créditos ECTS:** 6.0

**Idiomas:** Catalán

### PROFESORADO

**Profesorado responsable:**

**Otros:**

### CAPACIDADES PREVIAS

- \* Las adquiridas en el curso de la asignatura de Topología.
- \* Las adquiridas en el curso de la asignatura de Geometria affí i euclidiana.
- \* Las adquiridas en el curso de la asignatura de d'Estructures algebraiques.
- \* Las habilidades de uso y programación adquiridas con el diverso software de cálculo simbólico y numérico y de representación gráfica seran útiles.

### COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

#### Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

#### Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinares posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

#### Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.



## METODOLOGÍAS DOCENTES

La mitad de las horas de clase se dedicarán a la presentación por parte del profesor de los contenidos teóricos de la asignatura. La otra mitad se dedicará a la discusión y resolución de problemas relacionados con estos contenidos, por parte del profesor y del estudiantado, así como a la presentación de tareas de desarrollo específicas escogidas y desarrolladas por el estudiantado dentro de la oferta realizada por la profesora y de común acuerdo con ésta.

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

- \* Conocer las teorías homológicas más simples (homología simplicial y singular) y saber calcularlas para un amplio abanico de espacios topológicos.
- \* Conocer diversas aplicaciones geométricas de la homología singular.
- \* Conocer el concepto de variedad topológica de dimensión finita general y en relación a ésta considerar la homología local, y la noción de orientación, y establecer el teorema de la dimensión.
- \* Conocer el grupo fundamental como a herramienta esencial para estudiar los espacios topológicos, comprendiendo su relación con el primer grupo de homología.
- \* Conocer el cálculo del grupo fundamental para un amplio abanico de espacios topológicos y versiones.
- \* Comprender la interrelación entre diferentes áreas de la matemática y, en particular mediante ejemplos concretos que se pueden resolver problemas topológicos utilizando herramientas algebraicas y recíprocamente.

## HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00

**Dedicación total:** 150 h

## CONTENIDOS

### Preliminares Algebraicos

#### Descripción:

Algoritmo de clasificación de grupos abelianos finitamente generados.

Complejos de grupos abelianos.

Homología d'un complejo.

Homotopía entre morfismos de complejos.

Sucesión exacta larga de homología.

#### Dedicación: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 6h



### Homología Simplicial

**Descripción:**

Poliedros y espacios triangulables.  
Homología simplicial de un espacio triangulable.  
Interpretación de  $H_0$ .

**Dedicación:** 14h

Grupo grande/Teoría: 4h  
Grupo mediano/Prácticas: 4h  
Aprendizaje autónomo: 6h

### Homología Singular

**Descripción:**

Complejo de cadenas singulares y homología singular de un espacio topológico.  
Homotopía de aplicaciones continuas.  
Invariancia homotópica.  
Teorema de las cadenas pequeñas.  
Sucesión de Mayer-Vietoris.  
Homología de las esferas.

**Dedicación:** 41h

Grupo grande/Teoría: 10h  
Grupo mediano/Prácticas: 9h  
Aprendizaje autónomo: 22h

### Variedades topológicas

**Descripción:**

Homología local.  
Invariancia de la dimensión.  
Orientación.

**Dedicación:** 17h

Grupo grande/Teoría: 5h  
Grupo mediano/Prácticas: 4h  
Aprendizaje autónomo: 8h

### Grupo fundamental y espacios recubridores

**Descripción:**

Grupo fundamental de un espacio topológico.  
Invariancia homotópica.  
El teorema de Seifert-Van Kampen.  
El teorema de Hurewicz.  
Espacio recibidor de un espacio topológico  
Grupo fundamental de un espacio recubridor  
Recubridor universal y problema de clasificación.

**Dedicación:** 40h 40m

Grupo grande/Teoría: 10h  
Grupo mediano/Prácticas: 9h  
Aprendizaje autónomo: 21h 40m



## SISTEMA DE CALIFICACIÓN

---

La evaluació de la asignatura se basará en el trabajo desarrollado por el estudiantado en la clase de Problemas más la realización de algún trabajo durante el curso (evaluación continua, hasta un 60% de la nota global), y la superación de una prueba final, que consistirá en un examen o la realización de un trabajo más elaborado. La alumna o alumno que lo deseé podrá decidir prescindir de la evaluación continua y realizar únicamente un examen final.

## BIBLIOGRAFÍA

---

### Básica:

- Massey, William S. A Basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, cop. 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro, V.; Pascual, P. Topología algebraica. Barcelona: Edicions Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 8483381230.
- Vick, James W. Homology theory : an introduction to algebraic topology. 2nd ed. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1994. ISBN 0387941266.
- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, cop. 1986. ISBN 8429150986.
- Bott, R.; Tu, L. Differential forms in algebraic topology. ISBN 978144197400.

### Complementaria:

- Munkres, James R. Elements of algebraic topology. The Benjamin/Cummings Publishing Company, 1984. ISBN 0201045869.
- Hatcher, Allen. Algebraic topology. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 2002. ISBN 0521795400.
- Maunder, Charles Richard Francis. Algebraic topology. Mineola, New York: Dover, 1996. ISBN 0486691314.
- Bredon, Glen E. Topology and geometry. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1993. ISBN 0387979263.
- Castellet, Manuel. Introducció a la topología algebraica. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, 1994. ISBN 8449002060.
- Brown, Ronald. Topology and groupoids. Deganwy: [s.n.], 2006. ISBN 1419627228.
- Sato, Hajime. Algebraic topology : an intuitive approach. Providence: American Mathematical Society, 1999. ISBN 0821810464.
- Dieck, Tammo Tom. Algebraic topology [en línea]. Zürich: European Mathematical Society Publ. House, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://web-s-ebscohost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=d11bb5e6-67c1-4762-94ab-a5cc53cb95ee%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9783037190487.
- Fomenko, A.T.; Fuchs, Dmitry. Homotopical topology [en línea]. 2nd ed. Cham: Springer, 2016 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=5595981>. ISBN 9783319234878.