Guía docente
200203 - VD - Variedades Diferenciables

Última modificación: 01/06/2023

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).

Curso: 2023 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE

Otros: Primer quadrimestre:
CARLES BATLLE ARNAU - M-A
FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE - M-A

CAPACIDADES PREVIAS

Todas las adquiridas en las asignaturas de Álgebra Lineal, Algebra Multilineal, Cálculo en una variable, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Topología, Geometría Diferencial y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

REQUISITOS

Tener aprobadas las asignaturas indicadas en el apartado de capacidades previas.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:
3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:
1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinares posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:
11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

En las clases teóricas se presentarán y desarrollarán los contenidos del curso. La mayoría de los temas serán presentados por los profesores, pero puede haber algunas sesiones con presentaciones a cargo de los estudiantes.
Habrá una lista de problemas diseñados para ayudar a los estudiantes a profundizar y madurar su dominio de los conceptos y técnicas presentados en clase de teoría. Algunos problemas se resolverán en clase y otros se dejarán como trabajo a entregar.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Los objetivos principales del curso son los siguientes:
- Entender y dominar los conceptos básicos de la geometría diferencial: variedad diferenciable, aplicación diferenciable, espacios tangente y cotangente, aplicación tangente, subvariedades, campos vectoriales y 1-formas diferenciales, campos tensoriales, etc.
- Realizar cálculos básicos con los objetos mencionados, tanto en coordenadas como de forma intrínseca.
- Entender la interpretación geométrica de los objetos estudiados y relacionarlos con los estudiados previamente en las asignaturas de Cálculo diferencial, Cálculo integral, Álgebra lineal y multilineal, Geometría diferencial y Ecuaciones diferenciales así como con las que se desarrollen en paralelo como la Topología o la Geometría algebraica.

Además, al final del curso, los estudiantes deberían:
- Ser capaces de buscar bibliografía adecuada, y de entender la literatura científica sobre el tema.
- Ser capaces de aplicar los conceptos estudiados a otras áreas como la mecánica teórica, la teoría de control, la física matemática o la geometría de los sistemas dinámicos.
- Ser conscientes de la amplia gama de campos y problemas a los quese pueden aplicar las técnicas de la geometría diferencial.
- Ser capaces de entrar en un grupo de investigación sobre este tipo de temas y sus aplicaciones.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00
Horas grupo pequeño	30,0	20.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Temas básicos.

Descripción:
1- Variedades diferenciables. Fibrado tangente. Campos vectoriales y flujos. Derivada de Lie. Subvariedades y aplicacions diferenciables.
2- Introducción a los grupos de Lie y álgebras de Lie. Grupos de Lie clásicos y sus álgebras de Lie.
3- Distribuciones tangentes y foliaciones. Teorema de Frobenius. Aplicaciones.
4- Geometría riemanniana. Conexión de Levi-Civita. Derivación covariante. Geodésicas y aplicación exponencial. Curvatura. Teorema de Hopf-Rinow.
5- Fibrado cotangente. Formas diferenciales. Campos tensoriales. Introducción a la cohomología de de Rham. Sistemas de Pfaff.

Dedicación: 60h
Grupo grande/Teoría: 30h
Grupo mediano/Prácticas: 30h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La nota de la asignatura se obtiene a partir de las notas de trabajos entregados a lo largo del curso (20%), de un control breve (10%) y de un examen final con cuestiones teóricas (20%) y problemas (50%). Si la nota del control es inferior a la del examen final de problemas, entonces los pesos respectivos serán 0%, 60%.
En el caso de un grupo pequeño, el examen escrito puede ser sustituido por el trabajo personal y exposiciones orales.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:
- Conlon, L. Differentiable manifolds. 2nd ed. Boston: Birkhauser, 2008. ISBN 9780817647667.
- Carmo, Manfredo Perdigão do. Riemannian geometry. Boston: Birkhäuser, 1992. ISBN 0817634908.
- Lee, John M. Introduction to smooth manifolds. 2nd. New York: Springer, cop. 2013.
- Lee, John M. Riemannian manifolds: an introduction to curvature [en línea]. New York: Springer, 1997 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b98852. ISBN 038798271X.
- Tu, Loring W. An introduction to manifolds [en línea]. 2nd ed. New York: Universitext, Springer, 2010 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-7400-6. ISBN 9780387480985.

Complementaria:
- Gadea, Pedro M.; Muñoz Masqué, Jaime; Mykytyuk, Ihor V. Analysis and algebra on differentiable manifolds [en línea]. 2nd. London: Springer, 2013 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-94-007-5952-7. ISBN 9789400759510.
- Abraham, R.; Marsden, J.; Ratiu, T. Manifolds, tensor analysis and applications. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1988. ISBN 0387967907.
- Aubin, Thierry. A course in differential geometry. Providence: American Mathematical Society, 2001. ISBN 082182709X.
- Boothby, William Munger. An introduction to differentiable manifolds and riemannian geometry. 2nd ed. San Diego: Academic Press, 1986. ISBN 012116053X.
- Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and lie groups. Springer, 1983.
- Wasserman, Robert H. Tensors and manifolds with applications to physics. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2004. ISBN 0198510594.
- Lafontaine, Jacques. Introduction aux variétés différentielles. Presses Universitaires de Grenoble, 1996. ISBN 2706106549.

RECURSOS

Enlace web:
- Pàgina amb informació i materials del curs. https://web.mat.upc.edu/xavier.gracia/vardif/