Guía docente
2500001 - GECALGELIN - Álgebra Lineal

Última modificación: 01/10/2023

Unidad responsable: Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona
Unidad que imparte: 751 - DECA - Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental.

Titulación: GRADO EN INGENIERÍA CIVIL (Plan 2020). (Asignatura obligatoria).

Curso: 2023 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán, Castellano, Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: NAPOLEON ANENTO MORENO

Otros: NAPOLEON ANENTO MORENO, FRANCISCO JAVIER MARCOTE ORDAX, FRANCISCO JAVIER OZON GORRIZ

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:
14392. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización. (Módulo de formación básica)

METODOLOGÍAS DOCENTES

La asignatura consta de 4 horas a la semana de clases presenciales en un aula (grupo grande) y 2 horas semanales opcionales dedicadas a talleres.

Se dedican a clases teóricas 2 horas en un grupo grande, en él que el profesorado expone los conceptos y materiales básicos de la materia, presenta ejemplos y realiza ejercicios.

Se dedican 2 horas en un grupo grande a la resolución de problemas con una mayor interacción con los estudiantes. Se realizan ejercicios prácticos con el fin de consolidar los objetivos de aprendizaje generales y específicos.

En las 2 horas de taller (grupo mediano), los alumnos reciben soporte docente para facilitar el seguimiento de la asignatura. Este soporte se materializa en forma de: (1) recordatorio de contenidos básicos de matemáticas imprescindibles para asumir los nuevos conceptos; (2) resolución guiada de problemas adicionales y de pruebas de cursos anteriores.

Se utiliza material de apoyo en formato de plan docente detallado mediante el campus virtual ATENEA: contenidos, programación de actividades de evaluación y de aprendizaje dirigido y bibliografía.

Aunque la mayoría de las sesiones se impartirán en el idioma indicado en la guía, puede que las sesiones en las que se cuente con el apoyo de otros expertos invitados puntualmente se lleven a cabo en otro idioma.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Conocimiento de los espacios vectoriales; Matrices; Determinantes; Sistemas de ecuaciones lineales; Aplicaciones lineales; Espacios euclidiananos; Reducción de endomorfismos y matrices; y operadores simétricos y ortogonales.

1 Capacidad para interpretar espacios vectoriales.
2 Capacidad para resolver sistemas de ecuaciones lineales tanto manualmente como mediante algún programa de ordenador básico.
3 Capacidad para interpretar geométricamente los conceptos de cálculo vectorial.

Conocimientos de álgebra lineal, métodos de resolución de problemas lineales que aparecen en ingeniería, elementos de geometría analítica. Capacidad para la
resolución de los problemas matemáticos planteados en la ingeniería que involucren estos conceptos. Conocimientos de espacios vectoriales. Conocimientos de sistemas de ecuaciones lineales, algoritmos básicos para la solución. Conocimientos de geometría analítica. Conocimientos de operadores lineales: endomorfismos y teoremas espectrales, espacios afines euclídeos, autovalores y autovectores. Conocimientos de determinantes y sus aplicaciones, en particular en el cálculo de áreas y volúmenes.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo mediano	30,0	20.00
Horas actividades dirigidas	6,0	4.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	84,0	56.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

1. Espacios vectoriales

Descripción:
Definición y ejemplos. Subespacios vectoriales. Dependencia e independencia lineal.
Sistema de generadores. Espacios de dimensión finita. Bases.
Rango de un sistema de vectores. Intersección y suma de subespacios. Suma directa. Fórmula de Grassmann
Resolución de problemas básicos
Resolución de problemas de dependencia e independencia lineal. Cálculo de bases. Cálculo de componentes.
Problemas de ntersecció y suma de subespacios.

Objetivos específicos:
Los espacios vectoriales constituyen el marco general de las aplicaciones a la ingeniería y no sólo el espacio tridimensional.

Dedicación: 26h 24m
Grupo grande/Teoría: 6h
Grupo mediano/Prácticas: 5h
Aprendizaje autónomo: 15h 24m

2. Matrices y sistemas de ecuaciones lineales

Descripción:
Definiciones y tipos. Suma de matrices. Producto por escalares. Producto de matrices. Operaciones elementales de fila y de columna.Matrices escalonadas. Matrices regulares: cálculo de la inversa por el método de Gauss-Jordan
Resolución de problemas básicos
Sistemas de ecuaciones lineales. Sistemas equivalentes. Teorema de Rouché-Fröbenius. Método de resolución de Gauss-Jordan.
Resolución de sistemas de ecuaciones lineales. aplicaciones

Objetivos específicos:
Las matrices son las herramientas fundamentales con las que trabajaremos y que luego utilizarán en las aplicaciones a la ingeniería. Es necesario conocer en detalle sus propiedades básicas.
A partir de las propiedades de las matrices y especialmente utilizando las operaciones elementales de fila se plantea la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales. Se introducen algoritmos numéricos de resolución.

Dedicación: 24h
Grupo grande/Teoría: 5h
Grupo mediano/Prácticas: 5h
Aprendizaje autónomo: 14h

3. Determinantes

Descripción:
Definición de determinante. Propiedades fundamentales. Determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz diagonal por bloques. Cálculo de determinantes. Método de Gauss.
Expresión de la función determinante. Desarrollo por una fila y por una columna. Determinante del producto de matrices. Determinantes e inversión de matrices. Regla de Cramer.Aplicaciones geométricas. Volumen de un paralelepípedo. Producto vectorial. Producto mixto. Propiedades.
Ejemplos de determinantes calculados reduciendo la matriz a la forma triangular.
Ejercicios para determinar si una matriz es inversible, y en caso afirmativo obtener su inversa. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales utilizando la Regla de Cramer.

Objetivos específicos:
A partir de su definición se obtienen algunas propiedades básicas, todo ello sin necesidad de explicitar el desarrollo del determinante. Se calcula el determinante de una matriz numérica aplicando operaciones elementales de fila hasta reducirla a la forma triangular
Después de introducir las propiedades básicas de las permutaciones se explicita el determinante y su desarrollo. Utilizando las propiedades de las formas multilineales alternadas, se verifica que el determinante de un producto de matrices es el producto de determinantes. Se define la matriz cofactor y se utiliza en el cálculo de la matriz inversa.
Practicar adecuadamente las operaciones elementales de fila y tomar conciencia de la posible programación numérica del método
Trabajar este segundo método para invertir una matriz, dado que ya conocen el de transformarla en su forma escalonada reducida por filas.

Dedicación: 19h 12m
Grupo grande/Teoría: 4h
Grupo mediano/Prácticas: 4h
Aprendizaje autónomo: 11h 12m

4. Aplicaciones lineales

Descripción:
Definiciones y ejemplos. Subespacios Imagen y Núcleo. Monomorfismo, epimorfismo, isomorfismo. Propiedades básicas. Espacio vectorial de las aplicaciones lineales. Aplicaciones definidas entre espacios de dimensión finita. Matriz asociada. Obtención de bases del Núcleo y de la Imagen. Teorema fundamental de dimensiones.
Composición de aplicaciones lineales. Inversa de un isomorfismo. Matriz asociada a la composición. Matriz asociada al cambio de base en un espacio vectorial.
Se resuelven algunos problemas de aplicaciones lineales sobre espacios de dimensión no finita pero fundamentalmente se trabaja con las definidas en espacios de dimensión finita. A partir de la matriz asociada y utilizando la teoría de espacios vectoriales y de resolución de sistemas lineales, se obtienen bases del Núcleo y de la Imagen.
Resolución de problemas de composición de aplicaciones lineales. Cálculo de la matriz asociada a la aplicación inversa de un isomorfismo.

Objetivos específicos:
Introducir los conceptos fundamentales y establecer su vinculación con los contenidos de matemáticas que han trabajado en otras asignaturas. Familiarizarse con vectores distintos de los que han utilizado hasta ahora en aplicaciones físicas. Vincular la inyectividad y exhaustividad de una aplicación lineal con su núcleo y con su imagen.
Justificar que las aplicaciones lineales inversibles son las biyectivas. Vincular la composición de aplicaciones lineales con el producto de matrices. Obtención de bases y estudio de sus propiedades.
Vincular los nuevos conceptos con el álgebra básica que ya conocen: espacios vectoriales, propiedades de las matrices, resolución de sistemas, rango de un sistema de vectores y ecuaciones implícitas de un subespacio.
Relacionar los contenidos de este tema con las propiedades que ya conocen de las matrices. . Insistir en aplicaciones geométricas.

Dedicación: 16h 48m
Grupo grande/Teoría: 3h
Grupo mediano/Prácticas: 4h
Aprendizaje autónomo: 9h 48m

5. Espacio euclidiano

Descripción:
Formas bilineales. Ejemplos y propiedades básicas. Matriz asociada a una forma bilineal. Cambio de base. Forma bilineal simétrica. Forma cuadrática. Formas definidas. Forma canónica y forma normal de una forma bilineal real simétrica.
Se resuelven problemas de reducción de una forma bilineal simétrica a su forma canónica y normal. Se determina el cambio de base.
Definición de producto escalar. Ejemplos. Propiedades básicas. Norma. Subespacio ortogonal. Bases ortogonales y ortonormales. Proyección ortogonal. Teorema de Pitágoras y ley del paralelogramo.Coeficiente de Fourier. Desigualdades de Schwarz, triangular i de Bessel. Método de ortogonalización de Gram-Schmidt. Interpretaciones geométricas.
Resolución de problemas de producto escalar. Propiedades de la norma. Proyección ortogonal sobre un subespacio. Interpretaciones geométricas.

Objetivos específicos:
Desarrollar las propiedades de las formas bilineales, especialmente de las simétricas, preparando su posterior aplicación a la clasificación de extremos en la asignatura de Cálculo.
Trabajar las propiedades de las formas bilineales simétricas aplicando el método de las operaciones elementales de fila que ya conocen.
Presentar las definiciones y propiedades generales y continuamente interpretarlas en el espacio euclidiano real de tres dimensiones con el que el estudiante está familiarizado. Se pretende conseguir un conocimiento abstracto de espacio euclidiano. Se trabajan especialmente las aplicaciones geométricas.
Adquirir destreza en el uso de propiedades abstractas. Aplicar las propiedades generales al espacio euclídeo real tridimensional.

Dedicación: 19h 12m
Grupo grande/Teoría: 4h
Grupo mediano/Prácticas: 4h
Aprendizaje autónomo: 11h 12m

6. Reducción de endomorfismos y matrices

Descripción:
Valores y vectores propios. Polinomio característico. Teorema general de diagonalización.
Problemas de diagonalización.
Teorema elemental de diagonalización. Ejemplos. Teorema básico de triangulación.Teorema de Cayley-Hamilton. Ejemplos y aplicaciones.
Problemas de triangularización.

Objetivos específicos:
Poder diagonalizar una matriz facilita la obtención de sus propiedades básicas y su manipulación. Esto será fundamental en las aplicaciones.

Dedicación: 19h 12m
Grupo grande/Teoría: 4h
Grupo mediano/Prácticas: 4h
Aprendizaje autónomo: 11h 12m

7. Operadores y teoremas espectrales

Descripción:
Definiciones y propiedades básicas. Operadore transpuesto. Matrices asociadas. Operadores normales. Propiedades. Teorema espectral.
Problemas de operadores normales y propiedades de matrices normales.
Operadores normales reales. Operadores simétricos y ortogonales. Teorema espectral para operadores simétricos. Interpretaciones geométricas-
Problemas de operadores normales reales.

Objetivos específicos:
La mayor parte de matrices que aparecen en la ingeniería son matrices simétricas. Hay que tener claro que estas diagonalizan ortogonalmente. También son fundamentales las aplicaciones geométricas de las matrices ortogonales.

Dedicación: 19h 12m
Grupo grande/Teoría: 4h
Grupo mediano/Prácticas: 4h
Aprendizaje autónomo: 11h 12m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La calificación final se obtiene a partir de las calificaciones parciales siguientes:

E0: actividades realizadas en horario de clase
E1: examen de los temas de la primera parte del cuatrimestre
E2: examen de los temas de la segunda parte del cuatrimestre
E3: examen de toda la asignatura
(el estudiante optará entre los exámenes E2 i E3)

NF1=0.3E0 + 0.35E1 + 0.35E2

NF2=0.3E0 + 0.7E3

Nota Final = máximo {NF1, NF2}

Los exámenes constan de una parte con cuestiones sobre conceptos asociados a los objetivos de aprendizaje de la asignatura en cuanto al conocimiento o la comprensión, y de un conjunto de ejercicios de aplicación

Respecto a la calificación E0, si existe la posibilidad material, alguna de les actividades se hará en el marco del proyecto Engimath@UPC+.

Criterios de calificación y de admisión a la reevaluación: Los alumnos suspendidos en la evaluación ordinaria que se hayan presentado regularmente a las pruebas de evaluación de la asignatura suspendida tendrán opción a realizar una prueba de reevaluación en el período fijado en el calendario académico. No podrán presentarse a la prueba de reevaluación de una asignatura los estudiantes que ya la hayan superado ni los estudiantes calificados como no presentados. La calificación máxima en el caso de presentarse al examen de reevaluación será de cinco (5,0). La no asistencia de un estudiante convocado a la prueba de reevaluación, celebrada en el período fijado no podrá dar lugar a la realización de otra prueba con fecha posterior Se realizarán evaluaciones extraordinarias para aquellos estudiantes que por causa de fuerza mayor acreditada no hayan podido realizar alguna de las pruebas de evaluación continua.

Estas pruebas deberán estar autorizadas por el jefe de estudios correspondiente, a petición del profesor responsable de la asignatura, y se realizarán dentro del período lectivo correspondiente.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Si no se realiza alguna de las actividades de laboratorio o de evaluación continua en el periodo programado, se considerará como puntuación cero.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:
- Rojo, J. Álgebra lineal. 2a ed. Madrid: McGrawHill, 2007. ISBN 978-84-481-5635-0.
- Rojo, J.; Martín, I. Ejercicios y problemas de álgebra lineal. 2a ed. Madrid: McGraw-Hill, 2005. ISBN 8448198581.
- Strang, G. Introduction to linear algebra. 6th ed. Wellesley: Cambridge Press, 2023. ISBN 9781733146678.

Complementaria:
- Proskuriakov, I.V. 2000 problemas de álgebra lineal [en línea]. Barcelona: Reverté, 1991 [Consulta: 24/04/2024]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7858. ISBN 9788429191264.
- Hoffman, K.; Kunze, R. Linear algebra. 2nd ed. India: Pearson, 2015. ISBN 9789332550070.