

Guia docent

230857 - NMC - Mètodes Numèrics per a Sistemes Continus

Última modificació: 19/06/2024

Unitat responsable: Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona

Unitat que imparteix: 748 - FIS - Departament de Física.

Titulació: MÀSTER UNIVERSITARI EN FÍSICA PER A L'ENGINYERIA (Pla 2018). (Assignatura optativa).

Curs: 2024

Crèdits ECTS: 4.0

Idiomes: Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: JUAN JOSE SANCHEZ UMBRIA

Altres: Primer quadrimestre:
JUAN JOSE SANCHEZ UMBRIA - 10

CAPACITATS PRÈVIES

Coneixement a nivell de grau d'Àlgebra Lineal, Càlcul, Equacions Diferencials, Mètodes Numèrics i Física General.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Bàsiques:

CB6. Tenir i comprendre coneixements que aportin una base o oportunitat de ser originals en el desenvolupament i/o aplicació de idees, sovint en un context de recerca.

CB7. Que els estudiants sàpiguin aplicar els coneixements adquirits i la seva capacitat de resolució de problemes en entorns nous o poc coneguts dins de contextos més amplis (o multidisciplinaris) relatius al seu camp d'estudi.

CB8. Que els estudiants siguin capaços d'integrar coneixements i enfrontar-se a la complexitat de formular judicis a partir d'una informació que, sent incompleta o limitada, inclogui reflexions sobre les responsabilitats socials i ètiques vinculades a l'aplicació dels seus coneixements i judici.

METODOLOGIES DOCENTS

- Classe magistral. Mètode expositiu per part del professor.
- Classe expositiva participativa. Problemes i pràctiques de programació resolts a classe pel professor o els alumnes.
- Treball autònom per resoldre problemes i de programació de codis numèrics.
- Pràctiques de programació de mètodes numèrics.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Aprendre els fonaments, la implementació y les aplicacions dels mètodes numèrics per a les equaciones en derivades parcials de la Física Matemàtica; en particular del Mètode dels Elements Finitos.

En concret es tracta que en acabar el curs l'alumne sapiga:

- Formular en forma feble les equaciones diferencials.
- Mallar el recinte computacional.
- Escollir un tipus d'element finit adequat al problema.
- Completar la discretització del problema.
- Escriure un codi eficient per a la resolució del problema.
- Interpretar els resultats i estimar la bondat de la solució.
- Saber fer servir una llibreria estandard d'Elements Finitos.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	36,0	36.00
Hores aprenentatge autònom	64,0	64.00

Dedicació total: 100 h

CONTINGUTS

Introducció.

Descripció:

En aquesta breu introducció s'exposaran els diversos mètodes de discretització de les equacions de la Física Matemàtica: diferències finites, elements finits i volums finits.

Dedicació: 8h 20m

Grup gran/Teoria: 3h

Aprenentatge autònom: 5h 20m

Formulació feble d'equacions diferencials, mètodes de Galerkin i col·locació.

Descripció:

S'explicarà com obtenir la formulació feble d'equacions diferencials, que es fa servir en la discretització per elements finits, i diferents formes d'obtenir les equacions aproximades. Es trobaran les formes febles de diverses equacions de la Física (Termodinàmica, Elasticitat, Mecànica de Fluids, Electromagnetisme, etc.). Es descriuran les projeccions de Galerkin, Petrov-Galerkin i de col·locació de diverses equacions de la Física.

Dedicació: 8h 20m

Grup gran/Teoria: 3h

Aprenentatge autònom: 5h 20m

El mètode d'Elements Finites.

Descripció:

L'objectiu d'aquest capítol és introduir els diferents tipus d'elements finits. S'estudiaran les formulacions nodals i modals, l'aproximació lagrangiana en triangles i quadrilaters, l'aplicació isoparamètrica, altres tipus d'elements amb més alt grau de continuïtat inter-elements, o amb altres requeriments, necessaris per problemes particulars. L'error d'interpolació i els conceptes de convergència h , p i hp seran també estudiats.

Dedicació: 11h 10m

Grup gran/Teoria: 4h

Aprenentatge autònom: 7h 10m

Implementació del Mètode d'Elements Finites.

Descripció:

En aquest capítol s'estudiarà la implementació pràctica del MEF, de cara a poder escriure codis eficients. Això inclou saber com mellar un domini, usant per exemple malladors de codi obert com Triangle, Distmesh, Mesh2D o Gmsh, l'ensamblat de les matrius i vectors associats amb els operadors lineals i els termes de força a les equacions, usant o no fórmules de quadratura, i estimar l'error de la solució final en algun exemple. S'estudiaràn en detall exemples d'aplicació escrits des de zero usant un llenguatge de programació com Matlab per facilitar les representacions gràfiques, o emprant una llibreria de MEF d'alt nivell com FEniCS.

Dedicació: 19h 30m

Grup gran/Teoria: 7h

Aprenentatge autònom: 12h 30m

Teoria variacional del mètode d'elements finits.

Descripció:

Introducció a les eines d'Anàlisi Funcional que calen per justificar el mètode d'elements finits. Espais de Sobolev. Formulació variacional de problemes el·líptics. Teorema de Lax-Milgram. Lema de Céa. Aquest capítol s'explicarà en funció dels interessos dels estudiants del curs.

Dedicació: 13h 40m

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 8h 40m

Integració temporal.

Descripció:

Se estudiarà la solució de problemes d'evolució temporal (difusió-advecció, equacions d'ones, Navier-Stokes, etc.) amb atenció a l'estabilitat dels esquemes d'integració. Es consideraran esquemes de tipus discretització total, mètodes de línies, d'splitting d'operadors, etc. Aquest capítol s'integrarà, dins de la resta per optimitzar el temps de l'assignatura.

Dedicació: 8h 20m

Grup gran/Teoria: 3h

Aprenentatge autònom: 5h 20m

Mètodes d'ordre alt.

Descripció:

S'introduiran els mètodes d'elements espectrals per assolir alt grau de precisió a l'espai, i els mètodes d'integració temporal que permeten el mateix en el temps.

Els elements espectrals es poden introduir ja en el capítol sobre el MEF sense necessitat d'un capítol especial si no es vol entrar en els detalls. El mateix passa amb els mètodes d'integració temporal d'ordre alt que es poden considerar dins dels mètodes de línies.

Dedicació: 8h 20m

Grup gran/Teoria: 3h

Aprenentatge autònom: 5h 20m

El mètode d'elements finits per a les equacions de Navier-Stokes.

Descripció:

Introducció a les formulacions de les equacions de Navier-Stokes per a l'aplicació dels elements finits. Presentació dels problemes de punts de sella i dels elements estables. Introducció dels problemes estacionaris i de la integració via la solució de problemes d'Stokes o dels mètodes de projecció.

Dedicació: 14h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 9h

Llibreries d'elements finits. Introducció a FEniCS-Python.

Descripció:

Aquest capítol es complementari i es farà en funció del temps disponible o substituint a un altre. S'explicarà l'us de la llibreria d'elements finits FEniCS-Python amb especial èmfasi en l'aplicació a diversos problemes físics. Els alumnes hauran de presentar treballs individuals o en grup reduït fent us d'aquesta llibreria.

Dedicació: 2h 50m

Grup gran/Teoria: 1h 50m

Grup mitjà/Pràctiques: 1h

Introducció als mètodes de volums finits i de Galerkin discontinus.

Descripció:

S'exposaran les limitacions del mètode d'elements finits per a la solució de problemes d'advecció-difusió a nombre de Peclet elevat, per equacions hiperbòliques, etc. i la seva possible solució pels mètodes que donen títol al capítol. S'explicaran llavors els trets bàsics d'aquests mètodes. Aquest capítol és complementari.

Dedicació: 2h 40m

Grup gran/Teoria: 1h

Aprenentatge autònom: 1h 40m

Complements d'Àlgebra Lineal Numèrica i de sistemes no lineals d'equacions.

Descripció:

Depenent de la formació prèvia dels estudiants pot ser necessari dedicar un cert temps a descriure algunes tècniques numèriques d'Àlgebra Lineal. En particular sobre enmagatzemament de matrius buides, i mètodes computacionals per a sistemes d'equacions lineals de dimensió gran i problemes de valors propis. També s'estudiarà la solució d'equacions no lineals i la variació de les solucions amb els paràmetres del problema.

Dedicació: 2h 50m

Grup gran/Teoria: 1h

Aprenentatge autònom: 1h 50m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

- Avaluació dels treballs de programació individuals y col·lectius (amb possible exposició oral) (PA): 40% + 40% de la nota final.
- Avaluació dels problemes resolts (amb possible exposició oral o escrita) (PS): 20% de la nota final.
- En cas de falta d'assistència continuada o no entrega dels treballs del curs, examen final dels continguts de l'assignatura amb un valor del 100% de la nota.
- No hi ha actes de avaluació que siguin reavaluables.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

L'entrega dels exercicis i treballs de programació és obligatòria dintre dels plaços establerts. L'assistència a classe es considera obligatòria. En cas contrari la nota es decidirà en un únic examen final.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Larson, M.G.; Bengzon, F. The finite element method: theory, implementation and applications. Berlin: Springer, 2013. ISBN 9783642332869.
- Langtangen, H.P.; Logg, A. Solving PDEs in Python: the FEniCS tutorial I. Cham: Springer, 2016. ISBN 9783319524610.
- Johnson, C. Numerical solution of partial differential equations by the finite element method. Mineola, NY: Dover Publications, 2009. ISBN 9780486469003.
- Gockenbach, M.S. Understanding and implementing the finite element method. Philadelphia: SIAM, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. ISBN 9780898716146.

Complementària:

- Braess, D. Finite elements: theory, fast solvers, and applications in solid mechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. ISBN 9780521705189.
- Zienkiewicz, O.C.; Morgan, K. Finite elements and approximation. Mineola, NY: Dover publications, 1983. ISBN 978-0486453019.
- Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.; Zhu, J.Z. The finite element method: its basis & fundamentals. 7th ed. Amsterdam: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2013. ISBN 9781856176330.
- Elman, H.C.; Silvester, D.J.; Wathen, A.J. Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2014. ISBN 9780199678808.

RECURSOS

Material audiovisual:

- Transparències de la teoria de l'assignatura i llista d'exercicis.. Transparències de la teoria completa de l'assignatura i llistat d'exercicis a resoldre. Disponible a la pàgina web de l'assignatura a Atenea.
- Software del curs.. Software de mallat de dominis i llibreries d'elements finits. Exemples de programació. Disponible a la pàgina web de l'assignatura a Atenea.

Altres recursos: