

Guia docent

250COD001 - 250COD001 - Mecànica de Medis Continus

Última modificació: 16/07/2026

Unitat responsable: Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports de Barcelona

Unitat que imparteix: 751 - DECA - Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental.

Titulació: MÀSTER UNIVERSITARI EN ENGINYERIA COMPUTACIONAL I ASSISTIDA PER DADES (Pla 2026).
(Assignatura obligatòria).

Curs: 2026

Crèdits ECTS: 5.0

Idiomes: Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: Oriol Lloberas Valls

Altres: Oriol Lloberas Valls
Javier Bonet

CAPACITATS PRÈVIES

L'estudiant ha d'haver superat les assignatures bàsiques del tronc comú d'un grau en enginyeria. En concret, cal que disposi de coneixements bàsics d'àlgebra, càlcul, geometria diferencial i mecànica.

REQUISITS

L'estudiant ha d'haver superat les assignatures bàsiques del tronc comú d'un grau en enginyeria. En concret, cal que disposi de coneixements bàsics d'àlgebra, càlcul, geometria diferencial i mecànica.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes inclouen sessions de teoria, resolució de problemes i activitats guiades. Per a cada tema, primer s'introdueixen els conceptes teòrics necessaris i, a continuació, el professor resol alguns exemples i exercicis. Posteriorment, els estudiants resolen problemes addicionals durant les hores de classe sota la supervisió del professor. D'altra banda, els estudiants també han de resoldre activitats i exercicis complementaris com a treball autònom fora de l'aula.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Aquesta assignatura ofereix una formació completa en mecànica del medi continu no lineal per a enginyers. S'hi fa una revisió aprofundida dels conceptes fonamentals, incloent-hi el moviment, les deformacions, les mesures de deformació, les tensions, les lleis de conservació de la quantitat de moviment, l'energia i l'entropia, així com una introducció a la mecànica de sòlids i de fluids.

* L'estudiant serà capaç de comprendre i assimilar els fonaments de la mecànica de sòlids i de fluids, identificant els aspectes més rellevants de la modelització dels materials i els mecanismes de dissipació associats al comportament no lineal.

* Haurà de ser capaç d'interpretar el significat físic de les propietats dels materials i d'identificar correctament les equacions diferencials necessàries per a la resolució de problemes de mecànica del medi continu, amb aplicació al comportament elàstic dels sòlids, així com d'assimilar els fonaments de la mecànica de fluids.

* L'estudiant desenvoluparà habilitats pràctiques per treballar amb tensors i per formular i analitzar diversos problemes de mecànica de sòlids i de fluids en l'àmbit de l'enginyeria.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	36.00
Hores aprenentatge autònom	80,0	64.00

Dedicació total: 125 h

CONTINGUTS

Fonaments matemàtics

Descripció:

- * Àlgebra vectorial: producte escalar, components d'un vector, notació indicial, producte vectorial i producte mixt.
- * Àlgebra tensorial: tensors de segon ordre, producte tensorial de dos vectors, components d'un tensor, notació indicial, notació matricial, producte escalar, transposada, traça, determinant, tensors simètrics, valors propis i vectors propis, tensors d'ordre superior.
- * Derivada direccional: definició, propietats, exemples de linealització i minimització de funcions.
- * Anàlisi vectorial i tensorial: operador gradient, divergència, rotacional, operador laplacà i teoremes d'integració.
- * Problemes i exercicis.

Dedicació: 5h

Grup gran/Teoria: 5h

Cinemàtica

Descripció:

Aquest tema descriu les principals hipòtesis de la mecànica del medi continu i introdueix els conceptes fonamentals de la cinemàtica no lineal de les partícules: la descripció matemàtica del moviment, la velocitat, l'acceleració, les trajectòries, les coordenades materials i espacials, el canvi de volum, els tensors de deformació i els petits desplaçaments i deformacions.

Continguts:

- * Moviment: configuracions inicial i actual; equacions del moviment; trajectòries de les partícules; coordenades lagrangianes o materials; coordenades eulerianes o espacials.
- * Gradient de deformació: transformació de fibres, transformació d'àrees i de volums, push-forward, pull-back i descomposició polar.
- * Deformació: mesures de deformació; tensors de Cauchy-Green; tensors de deformació de Green i d'Almansi; tensor de deformació linealitzat; petits desplaçaments.
- * Cinemàtica: vector velocitat; gradient de velocitat; derivades temporals material i espacial; règims estacionaris; tensor de velocitat de deformació; taxa de variació del volum.
- * Problemes i exercicis.

Dedicació: 8h

Grup gran/Teoria: 8h

Equacions de conservació i balanç I

Descripció:

Aquest capítol introdueix el concepte de lleis de conservació amb els corresponents fluxos i termes font, tant en la seva forma integral com diferencial. També presenta la interacció entre el moviment i les lleis de conservació, introduint conceptes com les formulacions lagrangiana, lagrangiana actualitzada i euleriana de les lleis de conservació.

Continguts:

- * Definició general: variables de conservació i volum de control; concentració; termes font; fluxos superficials; vector de flux; llei general de conservació de variables vectorials; tensor de flux.
- * Llei local de conservació: equacions diferencials; fluxos convectius i conductius; solucions discontinües (xocs); condicions de salt a través d'un xoc.
- * Llei de conservació i moviment: formulacions lagrangiana i lagrangiana actualitzada de les lleis de conservació; forma convectiva; teorema del transport de Reynolds; lleis de conservació en formulació euleriana.
- * Conservació de la massa: densitat material i conservació de la massa en formulació lagrangiana; densitat espacial i equació de continuïtat; condicions de salt en formulacions euleriana i lagrangiana.
- * Llei de conservació geomètrica: conservació del gradient de deformació; conservació del volum.
- * Problemes i exercicis.

Dedicació: 8h

Grup gran/Teoria: 8h

Equacions de conservació y balanç II

Descripció:

Aquest tema aplica els conceptes generals de les lleis de conservació a la quantitat de moviment, l'energia i l'entropia per obtenir les equacions generals de balanç i les lleis de la termodinàmica.

Continguts:

- * Conservació de la quantitat de moviment: quantitat de moviment lineal; forces externes; vector de tracció en les formulacions lagrangiana i lagrangiana actualitzada.
- * Tensors de tensions: tensor de tensions de Cauchy; primer tensor de tensions de Piola-Kirchhoff; segon tensor de tensions de Piola-Kirchhoff.
- * Equació d'equilibri: equació d'equilibri en formulació lagrangiana total; equació d'equilibri en formulació lagrangiana actualitzada; equació d'equilibri en formulació euleriana; condicions de salt.
- * Conservació del moment angular: simetria de les tensions de Cauchy; condicions de simetria expressades en termes dels tensors de tensions de Piola-Kirchhoff.
- * Principi dels treballs virtuals: formulacions lagrangiana total i lagrangiana actualitzada; formulacions variacionals; conjugació de treball; parells conjugats tensió-deformació.
- * Conservació de l'energia: fonts i fluxos d'energia; formulacions lagrangiana, lagrangiana actualitzada i euleriana; condicions de salt; primer principi de la termodinàmica.
- * Entropia i segon principi de la termodinàmica: definició; segon principi de la termodinàmica; dissipació d'energia; llei de Fourier; processos reversibles.
- * Problemes i exercicis.

Dedicació: 8h

Grup gran/Teoria: 8h

Models Constitutius per a sòlids

Descripció:

Aquest tema descriu les equacions constitutives clàssiques dels sòlids, des de l'elasticitat lineal fins als models dissipatius amb variables internes d'estat.

Continguts:

- * Elasticitat lineal: relacions lineals tensió-deformació; tensor d'elasticitat; energia de deformació; equació d'equilibri dinàmic; condicions de contorn i inicials; equilibri estàtic; energia potencial total; solucions bidimensionals, estat pla de tensions i estat pla de deformacions.
- * Hiperelasticitat: model de Saint-Venant; model neohookià compressible; tensors d'elasticitat tangents; model neohookià gairebé incompressible.
- * Termoelasticitat: calorimetria; relacions entropia-temperatura; equacions del conductor rígida; avaluació de les tensions en termoelasticitat; energia lliure de Helmholtz; acoblament termomecànic; tensors tangents de termoelasticitat.
- * Models dissipatius: dissipació per viscositat; variables internes d'estat; dany isòtrop; evolució de les variables internes d'estat.
- * Problemes i exercicis.

Dedicació: 8h

Grup gran/Teoria: 8h

Models consitutius per a fluids

Descripció:

Aquest tema descriu les equacions constitutives clàssiques dels fluids, des dels fluxos newtonians fins als gasos ideals i les equacions d'Euler per a fluids compressibles.

Continguts:

- * Fluxos newtonians: equacions generals de conservació en formulació euleriana; tensions de Cauchy; model de viscositat newtonià; pressió termodinàmica; equacions generals de Navier-Stokes en les formes conservativa i convectiva.
- * Fluxos incompressibles: equacions de Navier-Stokes per a fluids incompressibles; flux de Stokes; fluxos potencials; equació de Bernoulli.
- * Gas ideal: equació d'estat del gas ideal; equacions d'Euler per a fluids compressibles no viscosos; ones acústiques; velocitat del so.
- * Problemes i exercicis.

Dedicació: 8h

Grup gran/Teoria: 8h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La qualificació de l'assignatura s'obté a partir de les notes de l'avaluació contínua (30 %) i de l'examen final (70 %).

Avaluació contínua: L'estudiant ha de resoldre, al llarg del curs i sota la supervisió del professor, diversos exercicis i problemes, tant a l'aula (durant l'horari lectiu) com fora d'aquesta.

Examen final: L'examen final consta de diverses preguntes i problemes similars als que s'han plantejat i resolt durant les classes.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Avaluació contínua: La no realització d'una activitat d'avaluació contínua en les dates establertes comportarà una qualificació de zero en aquesta activitat.

Examen final: L'examen final consistirà en una prova escrita.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Bonet, J.; Gil, A.J.; Wood R.D. Nonlinear Solid Mechanics for Finite element Analysis : statics. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. ISBN 9781107115798.
- Bonet, J.; Wood, R.D. Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis [en línia]. 2nd Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2008 [Consulta: 28/07/2026]. Disponible a : <https://www-cambridge-org.recursos.biblioteca.upc.edu/core/books/nonlinear-continuum-mechanics-for-finite-element-analysis/67AD6DBAAB77E755C09E7FB82565DA0B>. ISBN 9780521838702.
- Bonet, J.; Gil A.J.; Wood R,D. Nonlinear Solid Mechanics for Finite Element Analysis : dynamics [en línia]. New York: Cambridge University Press, 2021 [Consulta: 28/07/2026]. Disponible a : <https://www-cambridge-org.recursos.biblioteca.upc.edu/core/books/nonlinear-solid-mechanics-for-finite-element-analysis-dynamics/1424900AC005178702008378835A7A18>. ISBN 9781107115620.