

Guia docent

34952 - AG - Geometria Algebraica

Última modificació: 11/04/2024

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

Titulació: MÀSTER UNIVERSITARI EN MATEMÀTICA AVANÇADA I ENGINYERIA MATEMÀTICA (Pla 2010). (Assignatura optativa).

Curs: 2024 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: MARIA ALBERICH CARRAMIÑANA

Altres: Segon quadrimestre:
MARIA ALBERICH CARRAMIÑANA - A
ROGER GÓMEZ LÓPEZ - A

CAPACITATS PRÈVIES

(CAT) Acquaintance with mathematical computations, both by hand and with a computer, and mathematical reasoning, including proofs.

REQUISITS

(CAT) Basic abstract Algebra, Topology and Differential Geometry.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-1. RECERCA - Llegir i entendre un article matemàtic de nivell avançat. Conèixer els procediments d'investigació en matemàtiques, tant per a la producció de nous coneixements com per a la seva transmissió.
2. CE-3. CÀLCUL - Obtenir solucions (exactes o aproximades) per als models, en funció de les eines i recursos disponibles, incloent mitjans computacionals.
3. CE-4. ANÀLISIS CRÍTICA - Discutir la validesa, l'abast i la rellevància d'aquestes solucions i saber presentar i defensar les seves conclusions.

Transversals:

4. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.
5. COMUNICACIÓ EFICAC ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
6. TERCERA LENGUA: Conèixer una tercera llengua, que serà preferentment l'anglès, amb un nivell adequat de forma oral i per escrit i amb consonància amb les necessitats que tindran les titulades i els titulats en cada ensenyament.
8. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ: Gestionar l'adquisició, l'estructuració, l'anàlisi i la visualització de dades i informació de l'àmbit d'especialitat i valorar de forma crítica els resultats d'aquesta gestió.

METODOLOGIES DOCENTS

(CAT) Approximately 50% of class time will be dedicated to interactive master classes, in which the lecturer will discuss course topics and propose small challenges and questions to solve. The other half of the class time will be structured as a problem-solving session, in which students will solve problems from a proposed list on the blackboard, based on the course syllabus, and their solutions will be discussed by the class.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

(CAT) The main objective of the course is to introduce students to local algebraic geometry, with a focus on plane curve singularities. It aims to provide insight into the singularity theory of plane curves and the geometric theory of valuations of the ring of convergent series of two variables over the complex numbers. The course will demonstrate that singular points of algebraic curves in the complex plane is a meeting point for various areas of mathematics.

The course will heavily rely on examples, emphasizing the geometric significance of the subject. The specific topics for the final projects will be determined based on the students' interests.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	60,0	32.00
Hores aprenentatge autònom	127,5	68.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

(CAT) Chapter 1: Algebraic and analytic varieties

Descripció:

(CAT) Algebraic preliminaries. Affine algebraic varieties, Nullstellensatz. Analytic varieties, Teorema de Rückert.

Dedicació: 11h 30m

Grup gran/Teoria: 5h

Aprenentatge autònom: 6h 30m

(CAT) Chapter 2: Parametrizing branches of plane curves

Descripció:

(CAT) Newton-Puiseux algorithm, Weierstrass preparation and division theorems, Hensel's lemma. Intersection multiplicity: Halphen's formula. Testing analytic reducibility.

Dedicació: 12h 30m

Grup gran/Teoria: 6h

Aprenentatge autònom: 6h 30m

(CAT) Chapter 3: Infinitely near points and resolutions of singularities

Descripció:

(CAT) Proximity, Enriques diagrams, dual graph. Resolutions of singularities. Rings in successive neighbourhoods. The order of singularity.

Dedicació: 23h

Grup gran/Teoria: 10h

Aprenentatge autònom: 13h

(CAT) Chapter 4: Topological classification of singularities

Descripció:

(CAT) Topological classification of plane curves: equisingularity, semigroup of values, complete equisingularity invariants. Milnor number. Topological conic structure of a singularity. Topology of the singularity link. The Milnor fibration.

Dedicació: 23h

Grup gran/Teoria: 10h

Aprenentatge autònom: 13h

(CAT) Chapter 5: Constructions on the resolution tree

Descripció:

(CAT) Homology of a blow-up. The exceptional divisor of a curve. Functions on the resolution tree. Complete ideals. Multiplier ideals and jumping numbers. Topological zeta function.

Dedicació: 18h

Grup gran/Teoria: 8h

Aprenentatge autònom: 10h

(CAT) Chapter 6: Analytic classification of plane curves

Descripció:

(CAT) Jacobian ideal and its semimodule of values. Tjurina algebra and Tjurina number. Unfoldings of equations. Deformations of curves: versal and miniversal deformations. Zariski's moduli space. Teissier's monomial curve.

Dedicació: 18h

Grup gran/Teoria: 8h

Aprenentatge autònom: 10h

(CAT) Chapter 7: Valuations and complete ideals

Descripció:

(CAT) Classification of valuations. Zariski decomposition of complete ideals.

Dedicació: 18h

Grup gran/Teoria: 8h

Aprenentatge autònom: 10h

(CAT) Chapter 8: Final projects

Descripció:

(CAT) The final essays of the course on the topics chosen by the students will be presented by the students themselves and commented by the course lecturers.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Aprenentatge autònom: 20h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

(CAT) Students who solve a sufficient number of problems on the blackboard during the problem-solving class will pass the course. If they wish to improve their grade from a passing grade to a higher score, they will be assigned a final project. The final project will involve studying, writing an essay and delivering a lecture on an additional topic towards the end of the course.

Students who have not actively participated enough in the problem-solving class, or still wish to improve their grade even after completing the problem class and final project, will be required to take a final exam lasting approximately 4 hours.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

(CAT) The problem list for participation in the problem-solving class will be published at the beginning of each course unit. Students are expected to prepare these problems in advance at home.

The topics for optional final projects aimed at increasing grades will be proposed around Easter. Students will be responsible for preparing the lecture and the essay of the final project independently at home.

Students who choose to take the final exam will be required to do so without any notes, books, or other materials whatsoever.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Casas Alvero, Eduardo. Singularities of plane curves. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521789591.
- Fischer, Gerd. Plane algebraic curves. American Mathematical Society, cop. 2001. ISBN 0821821229.
- Ghys, E. A Singular mathematical promenade. Lyon: CNRS-ENS Éditions, 2017. ISBN 9782847889390.
- Wall, C. T. C. Singular points of plane curves. Cambridge, UK ; New York: Cambridge University Press, cop. 2004. ISBN 0521547741.
- Zariski, Oscar; Linchtin, Ben; Teissier, Bernard. The Moduli problem for plane branches. American Mathematical Society, 2006. ISBN 9780821829837.

Complementària:

- Brieskorn, Egbert; Knörrer, Horst. Plane algebraic curves : translated by John Stillwell [en línia]. Springerlink, 2012 [Consulta: 15/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-0348-0493-6>. ISBN 9783034804929.
- Casas-Alvero, Eduardo. Algebraic curves, the brill and noether way. Springer, ISBN 9783030290153.
- Chenciner, Alain. Courbes algébriques planes [en línia]. Berlin: Springer, 2008 [Consulta: 07/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-540-33708-9>. ISBN 9783540337072.
- Greuel, Gert-Martin; Lossen, Christoph; Shustin, Eugenii. Singular algebraic curves : with an appendix by Oleg Viro. Springer, ISBN 9783030033491.
- Kollar, János. Lectures on resolution of singularities. Princeton University Press, ISBN 9780691129235.