

Guia docent

34966 - VD - Varietats Diferenciables

Última modificació: 11/04/2024

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
981 - CRM - Centre de Recerca en Matemàtica.

Titulació: MÀSTER UNIVERSITARI EN MATEMÀTICA AVANÇADA I ENGINYERIA MATEMÀTICA (Pla 2010). (Assignatura optativa).

Curs: 2024 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: EVA MIRANDA GALCERÁN

Altres: Segon quadrimestre:
EVA MIRANDA GALCERÁN - A
PABLO NICOLÁS MARTÍNEZ - A
JAGNA JANINA WISNIEWSKA - A

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-1. RECERCA - Llegir i entendre un article matemàtic de nivell avançat. Conèixer els procediments d'investigació en matemàtiques, tant per a la producció de nous coneixements com per a la seva transmissió.
3. CE-3. CÀLCUL - Obtenir solucions (exactes o aproximades) per als models, en funció de les eines i recursos disponibles, incloent mitjans computacionals.
4. CE-4. ANÀLISIS CRÍTICA - Discutir la validesa, l'abast i la rellevància d'aquestes solucions i saber presentar i defensar les seves conclusions.

Transversals:

5. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.
6. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
7. TERCERA LLENGUA: Conèixer una tercera llengua, que serà preferentment l'anglès, amb un nivell adequat de forma oral i per escrit i amb consonància amb les necessitats que tindran les titulades i els titulats en cada ensenyament.
9. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ: Gestionar l'adquisició, l'estructuració, l'anàlisi i la visualització de dades i informació de l'àmbit d'especialitat i valorar de forma crítica els resultats d'aquesta gestió.

METODOLOGIES DOCENTS

.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

The subject focuses on some of the fundamental topics of differential geometry and its applications to different areas including mathematical physics and Dynamical systems.

By the end of the course, students should be able to:

- understand all the ideas developed along the course.
- apply the studied concepts to other areas of pure mathematics, physics and engineering.
- integrate in a research group on these kinds of topics and their applications.
- search and understand the scientific literature on the subject.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	60,0	32.00
Hores aprenentatge autònom	127,5	68.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Complements in Differential Geometry

Descripció:

Brief survey of manifold theory and differential geometry including differential forms.

We also plan to talk about differentiable distributions and study its integration via the theorem of Frobenius. This will lead us to introducing several examples of foliations.

Dedicació: 14h 52m

Grup gran/Teoria: 6h

Aprenentatge autònom: 8h 52m

Introduction to Differential Topology

Descripció:

We present a brief introduction to the theory of Differential Topology which includes basic notions in transversality, singularity theory and Morse theory.

Dedicació: 14h 40m

Grup gran/Teoria: 8h

Aprenentatge autònom: 6h 40m

Introduction to Lie theory

Descripció:

A Lie group is a group endowed with a smooth manifold structure which is compatible with the group operation. In this chapter we provide an introduction to the main aspects of the theory of Lie groups and Lie algebras taking matrix Lie groups as starting point.

Dedicació: 16h 20m

Grup gran/Teoria: 8h

Aprenentatge autònom: 8h 20m

Lie group actions on smooth manifolds

Descripció:

We study Lie group actions on smooth manifolds and relate both geometries via the notions of isotropy group and orbit.

Dedicació: 18h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup gran/Teoria: 4h

Aprenentatge autònom: 5h

Aprenentatge autònom: 5h

Basic notions on De Rham Cohomology

Descripció:

We define De Rham cohomology and compare it to other cohomologies. (Depending on the preliminary knowledge of the students, this chapter may be considered as an APPENDIX)

Dedicació: 8h

Grup gran/Teoria: 3h

Aprenentatge autònom: 5h

Introduction to Symplectic and Poisson Geometry

Descripció:

We provide a comprehensive introduction to symplectic and Poisson manifolds with special focus on examples. Starting with symplectic manifolds, we will explain Moser's trick and some applications to normal form theorems such as the Darboux theorem and the classification of symplectic surfaces. We introduce the notion of Hamiltonian vector field, symplectic vector field and Hamiltonian System. Special attention will be given to examples provided by the realm of integrable systems. In particular the action-angle theorem of Arnold-Liouville will be presented and the notion of moment map and Hamiltonian group action. We end the chapter introducing other geometries: that of contact geometry and Poisson geometry discussing the most recent progress on open conjectures in the topic.

Dedicació: 31h 40m

Grup gran/Teoria: 15h

Aprenentatge autònom: 16h 40m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

There will be exam(s) which will contribute to the final grade in a 40% and an essay that will contribute to the final grade in another 40%. Students would choose, together with the lecturers, a topic that complements or advances the material taught during the course, according to their mathematical interests. The remaining 20% is reserved to problem solving which can be evaluated by simply solving some assignments of the regular list of problems.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

The final grade awarded to the student would be computed as follows:

40% exam(s) + 40% essay + 20% problem solving

The grade "exam(s)" includes the one of final exam but may also include other examination material such as ATENEA questionnaires or take-home exercises. The choices and number of exams will depend on several factors including the ratio presential versus online teaching.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Bröcker, T.; Jänich, K. Introduction to differential topology. Cambridge University Press, 1982. ISBN 9780521284707.
- Cannas da Silva, Anna. Lectures on symplectic geometry [en línia]. Springer-Verlag, 2008 [Consulta: 10/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-540-45330-7>. ISBN 354045330X.
- Duistermaat, J. J.; Kolk, Johan A.C. Lie groups. Berlin: Springer-Verlag, 2000. ISBN 3540152938.
- Fegan, H.D. Introduction to compact lie groups. World Scientific, 1991. ISBN 9810236867.
- Guillemin, V.; Sternberg, Shlomo. Symplectic techniques in physics. Repr. with corrections. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 1990. ISBN 9780521389907.
- Guillemin, Victor; Pollack, Alan. Differential topology. Reprint of the 1974 original. AMS Chelsea Publishing, 2014. ISBN 9780821851937.
- Knauf, A. Mathematical physics : classical mechanics. Springer, 2018. ISBN 9783662557747.
- Lee, John M. Introduction to smooth manifolds [en línia]. New York: Springer-Verlag, 2003 [Consulta: 10/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-9982-5>. ISBN 0387954481.
- Milnor, John W. Topology from the differentiable viewpoint. Rev. ed. Princenton: Princeton University Press, 1997. ISBN 9780691048338.
- Munkres, J.R. Elementary differential topology. ISBN 9780691090931.
- Tu, Loring W. An Introduction to manifolds [en línia]. 2nd ed. New York: Springer, 2011 [Consulta: 10/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-7400-6>. ISBN 9781441973993.
- Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. New York [etc.]: Springer, cop. 1971. ISBN 0387908943.

Complementària:

- Bott, Raoul; Tu, Loring W. Differential forms in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, 1982. ISBN 0387906134.
- Audin, Michèle. Torus actions on symplectic manifolds. 2nd ed. Birkhäuser, 2004. ISBN 3764321768.
- Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and lie groups. New York, NY [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1983. ISBN 0387908943.
- Olver, Peter J. Applications of Lie groups to differential equations. New York: Springer-Verlag, 1986. ISBN 0387940073.
- Nakahara, Mikio. Geometry, topology, and physics. 2nd ed. New York [etc.]: Taylor & Francis, cop. 2003. ISBN 0750306068.
- Audin, Michèle; Damian, Mihai. Morse theory and Floer homology. New York: Springer, [2014]. ISBN 9781447154952.
- Gallier, Jean; Quaintance, Jocelyn. Notes on differential geometry and Lie groups [en línia]. University of Pennsylvania, 2016 [Consulta: 10/07/2023]. Disponible a: <http://www.cis.upenn.edu/~jean/gbooks/manif.html>.

RECURSOS

Altres recursos:

Notes on the Geometry and Dynamics of singular symplectic manifolds (notes on the FSMP course by Eva Miranda)

Course on youtube by Professor Eva Miranda on Lie group actions

https://www.youtube.com/channel/UC8Fzyf58s0EiZ-gdYgz2ghw?view_as=subscriber />Course on youtube by Professor Eva Miranda on Symplectic and Poisson Geometry

https://www.youtube.com/channel/UC8Fzyf58s0EiZ-gdYgz2ghw?view_as=subscriber