

Guía docente

200603 - PIPE - Probabilidad y Procesos Estocásticos

Última modificación: 11/04/2024

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: MÁSTER UNIVERSITARIO EN ESTADÍSTICA E INVESTIGACIÓN OPERATIVA (Plan 2013). (Asignatura optativa).

Curso: 2024 **Créditos ECTS:** 5.0 **Idiomas:** Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: JOSE FABREGA CANUDAS

Otros: Segon quadrimestre:
JOSE FABREGA CANUDAS - A
MIGUEL ANGEL FIOL MORA - A

CAPACIDADES PREVIAS

Los estudiantes han de estar familiarizados con los conceptos desarrollados en un primer curso de grado sobre teoría de la probabilidad. En particular, se requieren conocimientos básicos de los temas siguientes:

- Cálculo elemental de probabilidades.
- Modelos de probabilidad básicos: distribución binomial, geométrica, de Poisson, uniforme, exponencial y normal.
- Variables aleatorias. Funciones de distribución y de densidad conjuntas. Independencia y correlación.

Los conceptos necesarios para el seguimiento del curso pueden encontrarse, por ejemplo, en las referencias siguientes:

- C.M Grinstead and J.L. Snell, Introduction to Probability (cap. 1-7), http://www.dartmouth.edu/chance/teaching_aids/books_articles/probability_book/book
- J. Blitzstein and J. Hwang, "Introduction to Probability", CRC Press, 2019.
- S. Ross, A First Course in Probability, 8th ed., Pearson Education International, 2010.
- M. Sanz-Solé, Probabilitats, Univ. Barcelona, 1999.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

2. CE-2. Capacidad para dominar la terminología propia de algún ámbito en el que sea necesaria la aplicación de modelos y métodos estadísticos o de investigación operativa para resolver problemas reales.
3. CE-3. Capacidad para formular, analizar y validar modelos aplicables a problemas de índole práctica. Capacidad de seleccionar el método y/o técnica estadística o de investigación operativa más adecuado para aplicar dicho modelo a cada situación o problema concreto.

Transversales:

1. TRABAJO EN EQUIPO: Ser capaz de trabajar como miembro de un equipo interdisciplinar, ya sea como un miembro más o realizando tareas de dirección, con la finalidad de contribuir a desarrollar proyectos con pragmatismo y sentido de la responsabilidad, asumiendo compromisos teniendo en cuenta los recursos disponibles.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las horas de clase semanales combinan sesiones de teoría y de problemas. En las teóricas se exponen los conceptos principales y los resultados más importantes, con ejemplos diversos que ayudan a su comprensión. Se presentan algunas demostraciones que por su contenido y desarrollo resulten pedagógicamente creativas y formativas. En las sesiones de problemas se hacen ejercicios operativos y se resuelven cuestiones y problemas más conceptuales.

Se podrán encargar listas de problemas para resolver y trabajos guiados individuales o en grupo.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo general de la asignatura es introducir al estudiante en la modelización de fenómenos aleatorios. El núcleo del curso consiste en problemas de convergencia estocástica que son esenciales en estadística (leyes de los grandes números y teorema central del límite) y en una introducción a los procesos aleatorios (procesos de ramificación, paseos aleatorios, cadenas de Markov, el proceso de Poisson). Se introducen a la vez los métodos transformados (funciones generadoras y función característica). Se da importancia especial al estudio de aplicaciones específicas de las unidades teóricas del curso.

Resultados del aprendizaje:

- Utilizar correctamente funciones generadoras de probabilidad y de momentos, y funciones características.
- Conocer la ley normal multidimensional y dominar los cálculos con variables aleatorias conjuntamente gaussianas.
- Entender los diferentes modos de convergencia de sucesiones de variables aleatorias, así como el significado preciso de las leyes de los grandes números y del teorema central del límite.
- Conocer los conceptos básicos sobre procesos estocásticos.
- Saber trabajar con cadenas de Markov. Conocer el significado de las distribuciones estacionarias y de los teoremas ergódicos.
- Conocer el proceso de Poisson.
- Capacidad para identificar modelos de probabilidad basados en los resultados teóricos del curso.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	30,0	24.00
Horas aprendizaje autónomo	80,0	64.00
Horas grupo pequeño	15,0	12.00

Dedicación total: 125 h

CONTENIDOS

1. Funciones Generadoras y Función Característica

Descripción:

- 1.1 Funciones generadoras de probabilidades y de momentos.
- 1.2 La función característica.
- 1.3 Suma de un número aleatorio de variables aleatorias independientes.
- 1.4 Distribuciones con parámetros aleatorios.
- 1.5 Aplicación a la media y varianza muestrales.

Dedicación: 14h 30m

Clases teóricas: 3h

Grupo pequeño/Laboratorio: 1h 30m

Aprendizaje autónomo: 10h

2. Procesos de Ramificación

Descripción:

- 2.1 El proceso de Galton-Watson.
- 2.2 Aplicación al crecimiento de poblaciones.
- 2.3 Probabilidades de extinción.
- 2.4 Función generadora de probabilidades de la generación n -ésima.

Dedicación: 11h

Grupo grande/Teoría: 1h 30m

Grupo pequeño/Laboratorio: 1h 30m

Aprendizaje autónomo: 8h

3. La Ley Gaussiana Multidimensional

Descripción:

- 3.1 Función característica conjunta de variables aleatorias gaussianas independientes.
- 3.2 La ley gaussiana multidimensional.
- 3.3 Transformaciones lineales.
- 3.4 Dependencia lineal y distribuciones gaussianas singulares.
- 3.5 Densidad gaussiana n -dimensional.

Dedicación: 16h

Grupo grande/Teoría: 4h 30m

Grupo pequeño/Laboratorio: 1h 30m

Aprendizaje autónomo: 10h

4. Sucesiones de Variables Aleatorias

Descripción:

- 4.1 La ley débil de los grandes números. Convergencia en probabilidad.
- 4.2 El teorema central del límite. Convergencia en distribución.
- 4.3 Convergencia en media cuadrática.
- 4.4 La ley fuerte de los grandes números. Convergencia quasi-segura.
- 4.5 Los lemas de Borel-Cantelli. Ejemplos de aplicación.
- 4.6 Aplicación a estimadores estadísticos.

Dedicación: 17h 30m

Grupo grande/Teoría: 4h 30m

Grupo pequeño/Laboratorio: 3h

Aprendizaje autónomo: 10h

5. Paseos Aleatorios

Descripción:

- 5.1 Paseos aleatorios unidimensionales.
- 5.2 Retornos al origen.
- 5.3 Paseos aleatorios en el plano y el espacio.
- 5.4 Introducción al movimiento browniano.

Dedicación: 16h

Grupo grande/Teoría: 4h 30m

Grupo pequeño/Laboratorio: 1h 30m

Aprendizaje autónomo: 10h

6. Cadenas de Markov

Descripción:

- 6.1 Cadenas de Markov. Propiedad de Markov.
- 6.2 Las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov.
- 6.3 Estados recurrentes y estados transitorios.
- 6.4 Cadenas absorbentes.
- 6.5 Distribuciones estacionarias y distribuciones límite.
- 6.6 Aplicación a los métodos de Montecarlo.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h
Grupo pequeño/Laboratorio: 3h
Aprendizaje autónomo: 16h

7. El Proceso de Poisson

Descripción:

- 7.1 Procesos estocásticos de tiempo continuo: conceptos básicos.
- 7.2 El proceso de Poisson.
- 7.3 Estadística de las transiciones.
- 7.4 Procesos de nacimiento-muerte.

Dedicación: 25h

Clases teóricas: 6h
Grupo pequeño/Laboratorio: 3h
Aprendizaje autónomo: 16h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La nota final de la asignatura (NF) se calculará de la forma siguiente:

$$NF = \max(EF, 0.4*EF + 0.4*EP + 0.2*T)$$

donde EF es la nota del examen final, EP es la nota del examen parcial y T es la nota de los ejercicios y trabajos encargados durante el curso.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Gut, A. An Intermediate course in probability [en línea]. Springer Verlag, 1995 [Consulta: 04/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-0162-0>. ISBN 0387945075.
- Durrett, R. Essentials of stochastic processes [en línea]. Springer-Verlag, 1999 [Consulta: 04/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4614-3615-7>. ISBN 038798836X.

Complementaria:

- Tuckwell, H.C. Elementary applications of probability. 2nd ed. Chapman & Hall, 1995. ISBN 0412576201.
- Ross, S.M. Introduction to probability models [en línea]. 10th ed. Academic Press, 2010 [Consulta: 04/07/2023]. Disponible a: <https://www.sciencedirect-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/9780123756862/introduction-to-probability-models>. ISBN 9780123756862.
- Blitzstein, J.K.; Hwang, J. Introduction to probability. Second edition. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2019. ISBN 9781138369917.
- Grimmett, G; Welsh, D. Probability : an introduction [en línea]. Oxford: Oxford University Press, 2014 [Consulta: 04/07/2023]. Disponible a :



<https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1791152>. ISBN 9780191019920.

- Sanz Solé, M. Probabilitats. Univ. de Barcelona, 1999. ISBN 8483380919.

- Grimmet, G.R.; Stirzaker, R.R. Probability and random processes. 3rd ed. Oxford Univ. Press, 2001. ISBN 0198572220.