

Guía docente

230857 - NMC - Métodos Numéricos para Sistemas Continuos

Última modificación: 19/06/2024

Unidad responsable: Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación de Barcelona

Unidad que imparte: 748 - FIS - Departamento de Física.

Titulación: MÁSTER UNIVERSITARIO EN FÍSICA PARA LA INGENIERÍA (Plan 2018). (Asignatura optativa).

Curso: 2024

Créditos ECTS: 4.0

Idiomas: Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: JUAN JOSE SANCHEZ UMBRIA

Otros: Primer quadrimestre:
JUAN JOSE SANCHEZ UMBRIA - 10

CAPACIDADES PREVIAS

Conocimientos a nivel de grado de Álgebra Lineal, Cálculo, Ecuaciones Diferenciales, Métodos Numéricos y Física General.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Básicas:

CB6. Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB7. Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.

CB8. Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicio.

METODOLOGÍAS DOCENTES

- Clase magistral. Método expositivo por parte del profesor.
- Clase expositiva participativa. Problemas y prácticas de programación resueltos en clase por el profesor o los alumnos.
- Trabajo autónomo para resolver problemas y de programación de códigos numéricos.
- Prácticas de programación de métodos numéricos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Aprender los fundamentos, la implementación y las aplicaciones de los métodos numéricos para las ecuaciones en derivadas parciales de la Física Matemática; en particular del Método de los Elementos Finitos.

En concreto se trata de que al acabar el curso el estudiante sepa:

- Formular en forma débil las ecuaciones diferenciales.
- Mallas el recinto computacional.
- Escoger un tipo de elemento finito adecuado al problema.
- Completar la discretización del problema.
- Escribir un código eficiente para la resolución del problema.
- Interpretar los resultados y estimar la bondad de la solución.
- Saber usar una librería estándar de Elementos Finitos.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	36,0	36.00
Horas aprendizaje autónomo	64,0	64.00

Dedicación total: 100 h

CONTENIDOS

Introducción.

Descripción:

En esta breve introducción se expondrán los diversos métodos de discretización de las soluciones de las ecuaciones de la Física Matemática: diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos.

Dedicación: 8h 20m

Grupo grande/Teoría: 3h

Aprendizaje autónomo: 5h 20m

Formulación débil de ecuaciones diferenciales, métodos de Galerkin i colocación.

Descripción:

Se explicará como obtener la formulación débil de ecuaciones diferenciales, que se usa en la discretización por elementos finitos, y diferentes formas de obtener las ecuaciones aproximadas. Se encontrarán las formas débiles de diversas ecuaciones de la Física (Termodinámica, Elasticidad, Mecánica de Fluidos, Electromagnetismo, etc.). Se describirán las proyecciones de Galerkin, Petrov-Galerkin y de colocación de diversas ecuaciones de la Física.

Dedicación: 8h 20m

Grupo grande/Teoría: 3h

Aprendizaje autónomo: 5h 20m

El método de Elementos Finitos.

Descripción:

El objetivo de este capítulo es introducir los diferentes tipos de elementos finitos. Se estudiarán las formulaciones nodales y modales, la aproximación lagrangiana en triángulos y cuadriláteros, la aplicación isoparamétrica, otros tipos de elementos con más alto grado de continuidad inter-elementos, o con otras características, necesarios para problemas particulares. El error de interpolación y los conceptos de convergencia h , p i hp serán también estudiados.

Dedicación: 11h 10m

Grupo grande/Teoría: 4h

Aprendizaje autónomo: 7h 10m

Implementación del Método de Elementos Finitos.

Descripción:

En este capítulo se estudiará la implementación práctica del MEF, de cara a poder escribir códigos eficientes. Ésto incluye saber como mallar un dominio, usando por ejemplo malladores de código abierto como Triangle, Distmesh, Mesh2D o Gmsh, el ensamblado de las matrices y vectores asociados con los operadores lineales y los términos de fuerza de las ecuaciones, usando o no fórmulas de cuadratura, y estimar el error de la solución final en algún ejemplo. Se estudiarán en detalle ejemplos de aplicación escritos desde cero usando un lenguaje de programación como Matlab para facilitar las representaciones gráficas, o empleando una librería de MEF de alto nivel como FEniCS.

Dedicación: 19h 30m

Grupo grande/Teoría: 7h

Aprendizaje autónomo: 12h 30m

Teoria variacional del mètode de elements finits.

Descripción:

Introducción a las herramientas de Anàlisis Funcional neesarias para justificar el mètode de elements finits. Espacios de Sobolev. Formulación variacional de problemas elípticos. Teorema de Lax-Milgram. Lema de Céa. Este capítulo se explicará en función de los intereses de los estudiantes del curso.

Dedicación: 13h 40m

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 8h 40m

Integración temporal.

Descripción:

Se estudiará la solución de problemas de evolución temporal (difusión-advección, ecuaciones de ondas, Navier-Stokes, etc.) con atención a la estabilitat de los esquemas de integración. Se considerarán esquemas de tipo discretitzación total, métodos de líneas, de splitting de operadores, etc. Este capítulo se integrará dentro de los demás para optimizar el tiempo de la asignatura.

Dedicación: 8h 20m

Grupo grande/Teoría: 3h

Aprendizaje autónomo: 5h 20m

Métodos de orden alto.

Descripción:

Se introducirán los métodos de elementos espectrales para llegar a un alto grado de precisión en el espacio, y los métodos de integración temporal que permiten lo mismo en el tiempo. Los elementos espectrales se pueden introducir ya en el capítulo sobre el MEF sin necesidad de un capítulo especial, si no se quiere entrar en los detalles. Lo mismo pasa con los métodos de integración temporal de orden alto que se pueden considerar dentro de los métodos de líneas.

Dedicación: 8h 20m

Grupo grande/Teoría: 3h

Aprendizaje autónomo: 5h 20m

El método de elementos finitos para las ecuaciones de Navier-Stokes.

Descripción:

Introducción a las formulaciones de las ecuaciones de Navier-Stokes para la aplicación de los elementos finitos. Presentación de los problemas de punto de silla y de los elementos estables. Introducción de los problemas estacionarios y de la integración via la solución de problemas de Stokes o de los métodos de proyección.

Dedicación: 14h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 9h

Librerías de elementos finitos. Introducción a FEniCS-Python.

Descripción:

Este capítulo es opcional y se hará en función del tiempo disponible o sustituyendo a otro. Se explicará el uso de la librería de elementos finitos FEniCS-Python con especial énfasis en la aplicación a diversos problemas físicos. Los alumnos tendrán que presentar trabajos individuales o en grupo reducido usando esta librería.

Dedicación: 2h 50m

Grupo grande/Teoría: 1h 50m

Grupo mediano/Prácticas: 1h

Introducción a los métodos de volúmenes finitos y de Galerkin discontinuos.

Descripción:

Se expondrán las limitaciones del método de elementos finitos para la solución de problemas de advección-difusión a número de Peclet elevado, para ecuaciones hiperbólicas, etc. y su posible solución mediante los métodos que dan título al capítulo. Se explicarán entonces las características básicas de estos métodos. Este capítulo es complementario.

Dedicación: 2h 40m

Grupo grande/Teoría: 1h

Aprendizaje autónomo: 1h 40m

Complementos de Álgebra Lineal Numérica y de sistemas no lineales de ecuaciones.

Descripción:

Dependiendo de la formación previa de los estudiantes puede ser necesario dedicar un cierto tiempo a describir algunas técnicas numéricas de Álgebra Lineal. En particular sobre almacenamiento de matrices vacías, y métodos computacionales para sistemas de ecuaciones lineales de dimensión elevada y problemas de valores propios. También se estudiará la solución de ecuaciones no lineales y la variación de las soluciones con los parámetros del problema.

Dedicación: 2h 50m

Grupo grande/Teoría: 1h

Aprendizaje autónomo: 1h 50m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

- Evaluación de los trabajos de programación individuales o colectivos (con posible exposición oral) (PA): 40%+40% de la nota final.
- Evaluación de los problemas resueltos (con posible exposición oral) (PS): 20% de la nota final.
- En caso de falta de asistencia continuada o no entrega de los trabajos del curso, examen final de los contenidos de la asignatura con un valor del 100% de la nota.
- No hay actos de evaluación que sean reevaluables.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

La entrega de los ejercicios y trabajos de programación es obligatoria dentro de los plazos establecidos. La asistencia a las clases se considera obligatoria. En caso contrario la nota se decidirá en un único examen final.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Larson, M.G.; Bengzon, F. The finite element method: theory, implementation and applications. Berlin: Springer, 2013. ISBN 9783642332869.
- Langtangen, H.P.; Logg, A. Solving PDEs in Python: the FEniCS tutorial I. Cham: Springer, 2016. ISBN 9783319524610.
- Johnson, C. Numerical solution of partial differential equations by the finite element method. Mineola, NY: Dover Publications, 2009. ISBN 9780486469003.
- Gockenbach, M.S. Understanding and implementing the finite element method. Philadelphia: SIAM, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. ISBN 9780898716146.

Complementaria:

- Braess, D. Finite elements: theory, fast solvers, and applications in solid mechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. ISBN 9780521705189.
- Zienkiewicz, O.C.; Morgan, K. Finite elements and approximation. Mineola, NY: Dover publications, 1983. ISBN 978-0486453019.
- Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.; Zhu, J.Z. The finite element method: its basis & fundamentals. 7th ed. Amsterdam: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2013. ISBN 9781856176330.
- Elman, H.C.; Silvester, D.J.; Wathen, A.J. Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2014. ISBN 9780199678808.

RECURSOS

Material audiovisual:

- Transparències de la teoria de l'assignatura i llista d'exercicis.. Transparencias de la teoría completa de la asignatura y lista de ejercicios a resolver. Disponible en la página web de l'assignatura en Atenea.
- Software del curs.. Software de mallado de dominios y librerías de elementos finitos. Ejemplos de programación. Disponible en la página web de la asignatura en Atenea.