



Guía docente

34952 - AG - Geometría Algebraica

Última modificación: 10/06/2023

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística

Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICA AVANZADA E INGENIERÍA MATEMÁTICA (Plan 2010).
(Asignatura optativa).

Curso: 2023

Créditos ECTS: 7.5

Idiomas: Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: MARIA ALBERICH CARRAMIÑANA

Otros:
Segon quadrimestre:
MARIA ALBERICH CARRAMIÑANA - A
ROGER GÓMEZ LÓPEZ - A

CAPACIDADES PREVIAS

(CAST) Aquaintance with mathematical computations, both by hand and with a computer, and mathematical reasoning, including proofs.

REQUISITOS

(CAST) Basic abstract Algebra, Topology and Differential Geometry.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

- CE-1. INVESTIGACIÓN - Leer y entender un artículo matemático de nivel avanzado. Conocer los procedimientos de investigación en matemáticas, tanto para la producción de nuevos conocimientos como para su transmisión.
- CE-3. CÁLCULO - Obtener soluciones (exactas o aproximadas) para los modelos en función de las herramientas y recursos disponibles, incluyendo medios computacionales.
- CE-4. ANÁLISIS CRÍTICO - Discutir la validez, el alcance y la relevancia de estas soluciones y saber presentar y defender sus conclusiones.

Transversales:

- APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.
- COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
- TERCERA LENGUA: Conocer una tercera lengua, que será preferentemente inglés, con un nivel adecuado de forma oral y por escrito y en consonancia con las necesidades que tendrán las tituladas y los titulados en cada enseñanza.
- USO SOLVENTE DE LOS RECURSOS DE INFORMACIÓN: Gestionar la adquisición, la estructuración, el análisis y la visualización de datos e información en el ámbito de la especialidad y valorar de forma crítica los resultados de esta gestión.



METODOLOGÍAS DOCENTES

(CAST) Approximately 50% of class time will be dedicated to interactive master classes, in which the lecturer will discuss course topics and propose small challenges and questions to solve. The other half of the class time will be structured as a problem-solving session, in which students will solve problems from a proposed list on the blackboard, based on the course syllabus, and their solutions will be discussed by the class.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(CAST) The main objective of the course is to introduce students to local algebraic geometry, with a focus on plane curve singularities. It aims to provide insight into the singularity theory of plane curves and the geometric theory of valuations of the ring of convergent series of two variables over the complex numbers. The course will demonstrate that singular points of algebraic curves in the complex plane is a meeting point for various areas of mathematics.

The course will heavily rely on examples, emphasizing the geometric significance of the subject. The specific topics for the final projects will be determined based on the students' interests.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	60,0	32.00
Horas aprendizaje autónomo	127,5	68.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

(CAST) Chapter 1: Parametrizing branches of plane curves

Descripción:

(CAST) Newton-Puiseux algorithm, Weierstrass preparation and division theorems, Hensel's lemma. Intersection multiplicity: Halphen's formula. Testing analytic reducibility.

Dedicación:

Grupo grande/Teoría: 10h

Aprendizaje autónomo: 13h

(CAST) Chapter 2: Infinitely near points and resolutions of singularities

Descripción:

(CAST) Proximity, Enriques diagrams, dual graph. Resolutions of singularities. Rings in successive neighbourhoods. The order of singularity.

Dedicación:

Grupo grande/Teoría: 10h

Aprendizaje autónomo: 13h



(CAST) Chapter 3: Topological classification of singularities

Descripción:

(CAST) Topological classification of plane curves: equisingularity, semigroup of values, complete equisingularity invariants. Milnor number. Topological conic structure of a singularity. Topology of the singularity link. The Milnor fibration.

Dedicación: 23h

Grupo grande/Teoría: 10h

Aprendizaje autónomo: 13h

(CAST) Chapter 4: Constructions on the resolution tree

Descripción:

(CAST) Homology of a blow-up. The exceptional divisor of a curve. Functions on the resolution tree. Complete ideals. Multiplier ideals and jumping numbers. Topological zeta function.

Dedicación: 18h

Grupo grande/Teoría: 8h

Aprendizaje autónomo: 10h

(CAST) Chapter 5: Analytic classification of plane curves

Descripción:

(CAST) Jacobian ideal and its semimodule of values. Tjurina algebra and Tjurina number. Unfoldings of equations. Deformations of curves: versal and miniversal deformations. Zariski's moduli space. Teissier's monomial curve.

Dedicación: 18h

Grupo grande/Teoría: 8h

Aprendizaje autónomo: 10h

(CAST) Chapter 6: Valuations and complete ideals

Descripción:

(CAST) Classification of valuations. Zariski decomposition of complete ideals.

Dedicación: 18h

Grupo grande/Teoría: 8h

Aprendizaje autónomo: 10h

(CAST) Chapter 7: Final projects

Descripción:

(CAST) The final essays of the course on the topics chosen by the students will be presented by the students themselves and commented by the course lecturers.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Aprendizaje autónomo: 20h



SISTEMA DE CALIFICACIÓN

(CAST) Students who solve a sufficient number of problems on the blackboard during the problem-solving class will pass the course. If they wish to improve their grade from a passing grade to a higher score, they will be assigned a final project. The final project will involve studying, writing an essay and delivering a lecture on an additional topic towards the end of the course.

Students who have not actively participated enough in the problem-solving class, or still wish to improve their grade even after completing the problem class and final project, will be required to take a final exam lasting approximately 4 hours.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

(CAST) The problem list for participation in the problem-solving class will be published at the beginning of each course unit. Students are expected to prepare these problems in advance at home.

The topics for optional final projects aimed at increasing grades will be proposed around Easter. Students will be responsible for preparing the lecture and the essay of the final project independently at home.

Students who choose to take the final exam will be required to do so without any notes, books, or other materials whatsoever.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Wall, C. T. C. Singular points of plane curves. Cambridge, UK ; New York: Cambridge University Press, cop. 2004. ISBN 0521547741.
- Casas Alvero, Eduardo. Singularities of plane curves. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521789591.
- Zariski, Oscar; Linchtein, Ben; Teissier, Bernard. The Moduli problem for plane branches. American Mathematical Society, 2006. ISBN 9780821829837.
- Ghys, E. A Singular mathematical promenade. Lyon: CNRS-ENS Éditions, 2017. ISBN 9782847889390.
- Fischer, Gerd. Plane algebraic curves. American Mathematical Society, cop. 2001. ISBN 0821821229.

Complementaria:

- Kollar, János. Lectures on resolution of singularities. Princeton University Press, ISBN 9780691129235.
- Chenciner, Alain. Courbes algébriques planes [en línea]. Berlin: Springer, 2008 [Consulta: 07/07/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-540-33708-9>. ISBN 9783540337072.
- Casas-Alvero, Eduardo. Algebraic curves, the Brill and Noether way. Springer, ISBN 9783030290153.
- Brieskorn, Egbert; Knörrer, Horst. Plane algebraic curves : translated by John Stillwell [en línea]. Springerlink, 2012 [Consulta: 15/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-0348-0493-6>. ISBN 9783034804929.
- Greuel, Gert-Martin; Lossen, Christoph; Shustin, Eugenii. Singular algebraic curves : with an appendix by Oleg Viro. Springer, ISBN 9783030033491.