

200002 - AL - Àlgebra Lineal

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques
Curs: 2019
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Unitat docent Obligatòria)
Crèdits ECTS: 7,5 Idiomes docència: Català

Professorat

Responsable: MARTA CASANELLAS RIUS

Altres: Primer quadrimestre:
MARTA CASANELLAS RIUS - M-A, M-B
JESUS FERNANDEZ SANCHEZ - M-B
MARINA GARROTE LOPEZ - M-A, M-B
JORDI GUARDIA RUBIES - M-A
JAUME MARTI FARRE - M-A, M-B

Segon quadrimestre:
MARTA CASANELLAS RIUS - REF
JAUME MARTI FARRE - REF

Capacitats prèvies

L'alumne ha de dominar els coneixements de matemàtiques de batxillerat i tenir destresa en la resolució de problemes de matemàtiques de nivell de batxillerat.

Competències de la titulació a les quals contribueix l'assignatura

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.

200002 - AL - Àlgebra Lineal

9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

Metodologies docents

Les classes de teoria serviran per presentar i desenvolupar el temari. Els alumnes disposaran de material docent de cada tema. Aquest material servirà d'esquelet per a la presentació de la teoria, i ajudarà a concentrar l'explicació en la justificació i comprensió dels diferents conceptes del curs tot donant exemples, contraexemples i les demostracions dels diferents resultats.

En les sessions de problemes es resoldran, d'entre els exercicis i problemes proposats, aquells que es considerin més il·lustratius. S'insistirà en els aspectes conceptuals de l'assignatura sense descuidar les parts més mecàniques. Durant aquestes sessions es plantejaran les diferents estratègies disponibles per abordar els problemes i es justificarà l'elecció d'aquella que sigui més adient. En aquest sentit es procurarà fomentar la participació activa dels estudiants. També s'introduirà l'alumnat en l'ús de programari per a efectuar càlculs d'àlgebra lineal.

Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

L'objectiu general de l'assignatura és introduir els estudiants en diferents aspectes de l'àlgebra lineal estàndard i de l'anàlisi matricial. Són objectius específics d'aquesta assignatura l'adquisició dels coneixements bàsics d'àlgebra lineal (espais vectorials, matrius, sistemes d'equacions lineals, espais vectorials i de les seves transformacions). Concretament:

- manipulació i operacions amb matrius; discussió i resolució de sistemes d'equacions lineals;
- introducció als espais vectorials; estudi profund de \mathbb{R}^n i iniciació a altres espais vectorials;
- estudi de les aplicacions lineals, dels endomorfismes; diagonalització.
- introducció a les nocions geomètriques bàsiques relacionades amb l'espai \mathbb{R}^n (producte escalar estàndard, projecció ortogonal, bases ortonormals...)
- estudi algebraic i geomètric de la descomposició en valors singulars
- comprensió dels conceptes de descomposició de matrius, de la seva interpretació geomètrica, i de les seves aplicacions en la resolució de problemes

A més l'assignatura ha de ser fonament i referència en cursos posteriors i, per això, el curs també té com objectius:

- potenciar la capacitat d'abstracció de l'estudiant;
- familiaritzar l'alumnat en el desenvolupament del llenguatge abstracte;
- introduir l'alumnat a problemes interdisciplinars que es resolen amb àlgebra lineal.
- i iniciar l'estudiant en l'ús de l'àlgebra lineal com a instrument per a modelitzar i resoldre problemes.

En acabar el curs, els coneixements, habilitats i les capacitats que l'estudiant ha d'adquirir són les següents:

- Saber operar amb matrius. Calcular rangs i determinants. Saber interpretar les matrius, les operacions i els resultats en diferents contextos. Discutir i resoldre sistemes d'equacions lineals. Saber plantejar sistemes i saber interpretar-ne les

200002 - AL - Àlgebra Lineal

solucions.

- Reconèixer espais vectorials, subespais vectorials i aplicacions lineals. Adquirir destresa amb l'estudi de R^n i saber treballar amb altres espais vectorials
- Saber calcular relacions de dependència lineal. Comprendre les nocions de bases i dimensió. Saber calcular i canviar de coordenades. Comprendre les diferents operacions entre subespais i entre espais vectorials. Tenir facilitat en el seu càlcul. Familiaritzar-se amb l'espai dual i saber treballar en espais euclidians i unitaris. Comprendre la noció d'ortogonalitat.
- Determinar el nucli i la imatge d'una aplicació lineal. Calcular imatges i antiimatges d'elements i de subespais. Saber representar matricialment les aplicacions lineals. Entendre la relació amb els sistemes d'equacions i saber canviar de base. Entendre la necessitat de transformar una matriu a una forma predeterminada. Discutir i trobar la forma diagonal d'una matriu, tant en el cas real com en el cas complex. Saber treballar amb tipus concrets de matrius.
- Entendre la descomposició en valors singulars i saber utilitzar-la en diferents contextos

Hores totals de dedicació de l'estudiantat

Dedicació total: 187h 30m	Hores grup gran:	45h	24.00%
	Hores grup mitjà:	0h	0.00%
	Hores grup petit:	30h	16.00%
	Hores activitats dirigides:	7h 30m	4.00%
	Hores aprenentatge autònom:	105h	56.00%

200002 - AL - Àlgebra Lineal

Continguts

<p>Matrius, sistemes lineals i determinants</p>	<p>Dedicació: 25h Grup gran/Teoria: 6h Grup mitjà/Pràctiques: 4h Aprentatge autònom: 15h</p>
<p>Descripció: Definició i operacions amb matrius; transformacions elementals, forma esglaonada; determinant (expansió de Laplace), rang. Sistemes lineals, eliminació Gaussiana, Cramer, Teorema de Rouché-Frobenius. Matriu adjunta i matriu inversa</p>	
<p>Espais vectorials</p>	<p>Dedicació: 37h 30m Grup gran/Teoria: 9h Grup mitjà/Pràctiques: 6h Aprentatge autònom: 22h 30m</p>
<p>Descripció: L'espai R^n: vectors, combinacions lineals; subespais, intersecció i suma, generadors; independència lineal; bases, dimensió, coordenades, canvi de base; fórmula de Grassmann, suma directa, extensió de bases. Cossos i altres espais vectorials (espais de matrius, de polinomis, de funcions, espais sobre cossos finits). Espai quocient.</p>	
<p>Aplicacions lineals</p>	<p>Dedicació: 25h Grup gran/Teoria: 6h Grup mitjà/Pràctiques: 4h Aprentatge autònom: 15h</p>
<p>Descripció: Definició, exemples i propietats. Nucli i imatge, rang. Matriu d' una aplicació lineal; composició d' aplicacions; canvi de base i aplicacions lineals. Subespais invariants d' endomorfismes. Teorema d' isomorfisme. Espai dual i aplicació dual.</p>	
<p>Diagonalització</p>	<p>Dedicació: 37h 30m Grup gran/Teoria: 9h Grup mitjà/Pràctiques: 6h Aprentatge autònom: 22h 30m</p>
<p>Descripció: Valors i vectors propis; polinomi característic, multiplicitat algebraica i geomètrica. Primer teorema de descomposició; criteris de diagonalització. Polinomis anul·ladors, teorema de Cayley-Hamilton, polinomi mínim. Matrius de Markov, teorema de Perron-Frobenius i aplicacions.</p>	

200002 - AL - Àlgebra Lineal

<p>Ortogonalitat</p>	<p>Dedicació: 37h 30m</p> <p>Grup gran/Teoria: 9h</p> <p>Grup mitjà/Pràctiques: 6h</p> <p>Aprenentatge autònom: 22h 30m</p>
<p>Descripció:</p> <p>Producte escalar estàndard; norma, distància, angles, subespai ortogonal, projecció ortogonal. Bases ortonormals i Gram-Schmidt. Teorema espectral. Matrius ortogonals i normes de matrius. Teorema fonamental de l' àlgebra lineal: descomposició en valors singulars; interpretació geomètrica i algebraica i aplicacions. Altres productes escalars.</p>	

Sistema de qualificació

L'avaluació de l'assignatura es realitzarà mitjançant l'avaluació continuada i un examen final. La nota d'avaluació continuada s'obtindrà d'un examen parcial no eliminatori de matèria (examen de les mateixes característiques que l'examen final), i de la valoració d'altres activitats realitzades durant el curs.

La nota de l'assignatura s'obté segons la fórmula:

$$\text{Nota} = \max\{\text{nota examen final}; 70\% \text{ nota examen final} + 25\% \text{ nota examen parcial} + 5\% \text{ valoració d'altres activitats}; 95\% \text{ examen final} + 5\% \text{ valoració d'altres activitats}\}.$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als qui hagin suspès i reemplaçarà el 100% de la nota de l'assignatura.

200002 - AL - Àlgebra Lineal

Bibliografia

Bàsica:

Friedberg, Stephen H; Insel, Arnold J; Spence, Lawrence E. Linear algebra. 4th ed. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Education, cop. 2003. ISBN 0131202669.

Poole, David. Álgebra lineal: una introducción moderna. 2004.

Strang, Gilbert. Introduction to linear algebra. 5th ed. Wellesley: Cambridge Press, cop. 2016. ISBN 978-09802327-7-6.

Complementària:

Castellet, M. ; Llerena, I. Àlgebra lineal i geometria. 4a ed. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions, 2000. ISBN 847488943X.

Jeronimo, G.; Sabia, J.; Tesauri, S. Álgebra lineal (recopilació de notes de l'autor) [en línia]. Disponible a: <http://mate.dm.uba.ar/~jeronimo/algebra_lineal/>.

Lay, David C; García Hernández, Ana Elizabeth; Alfaro Pastor, Javier. Álgebra lineal y sus aplicaciones. 4a ed. México [etc.]: Pearson Educación, 2012. ISBN 978-607-32-1398-1.

Meyer, Carl D. Matrix analysis and applied linear algebra. SIAM, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000. ISBN 0898714540.

Altres recursos:

*Transparències publicades al campus virtual

*Llistes de problemes publicades al campus virtual

* Strang, G., Linear algebra, curs en vídeo: <https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-06-linear-algebra-spring-2010/>