

## 200171 - MMF - Models Matemàtics de la Física

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística  
Unitat que imparteix: 748 - FIS - Departament de Física  
Curs: 2019  
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Unitat docent Obligatòria)  
Crèdits ECTS: 7,5 Idiomes docència: Castellà

### Professorat

Responsable: ALVARO MESEGUER SERRANO  
Altres: Segon quadrimestre:  
BLAS ECHEBARRIA DOMINGUEZ - M-A  
ALVARO MESEGUER SERRANO - M-A

### Capacitats prèvies

L'assignatura "Models Matemàtics de la Física" és la segona de continguts generals de física i la primera del bloc de matèria "Modelització" del Grau de Matemàtiques de la FME. Aquesta assignatura ha de partir dels coneixements de l'assignatura de Física del Q4 i ampliar-los amb les formulacions teòriques pròpies de la física matemàtica clàssica, emprant les eines matemàtiques, bàsicament de càlcul multivariable, que l'estudiant ja coneix en aquest punt. L'assignatura ha de servir també de base per poder discutir sistemes reals tant a "Models matemàtics de la tecnologia" com a diverses assignatures de les matèries optatives "Sistemes dinàmics i anàlisi" i "Mètodes numèrics i enginyeria".

### Competències de la titulació a les quals contribueix l'assignatura

Específiques:

1. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
3. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

5. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
6. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
7. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
8. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
9. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
10. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.

## 200171 - MMF - Models Matemàtics de la Física

11. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
12. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
13. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

14. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
15. SOSTENIBILITAT I COMPROMÍS SOCIAL: Conèixer i comprendre la complexitat dels fenòmens econòmics i socials típics de la societat del benestar; capacitat per relacionar el benestar amb la globalització i la sostenibilitat; habilitat per usar de forma equilibrada i compatible la tècnica, la tecnologia, l'economia i la sostenibilitat.
16. TREBALL EN EQUIP: Ser capaç de treballar com a membre d'un equip, ja sigui com un membre més, o realitzant tasques de direcció amb la finalitat de contribuir a desenvolupar projectes amb pragmatisme i sentit de la responsabilitat, tot assumint compromisos considerant els recursos disponibles.
17. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ: Gestionar l'adquisició, l'estructuració, l'anàlisi i la visualització de dades i informació de l'àmbit d'especialitat i valorar de forma crítica els resultats d'aquesta gestió.
18. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

### Metodologies docents

El curs ha estat dissenyat per a ocupar un total de 65 hores lectives (13 setmanes), distribuïdes en 39 hores en sessions de teoria i 26 hores de sessions pràctiques (problemes). Tant en les classes teòriques com, sobretot, en les pràctiques, es tractarà de fer particip a l'alumnat del desenvolupament de les mateixes, convidant als estudiants a resoldre els problemes proposats i, fins i tot, a desenvolupar algun apartat teòric.

A les classes de problemes, a part dels exercicis proposats per a ser discutits en classe, es proposaran altres als alumnes perquè els desenvolupen pel seu compte. Una part d'aquests problemes seran obligatoris, i la resta es podran lliurar voluntàriament. Aquests exercicis serien discutits en les hores de tutoria o, excepcionalment, a classe.

Un altre dels hàbits que es pretén inculcar als estudiants en aquesta assignatura és acostumar a l'ús de bibliografia en anglès.

Les classes es faran indistintament en català i castellà.

### Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

L'objectiu genèric de l'assignatura és l'estudiant interioritzi que les matemàtiques són el llenguatge real de la Física, que aquesta no és una col·lecció de trucs de difícil justificació i que, partint d'uns postulats determinats, és possible deduir resultats de forma rigorosa, de manera que, si els resultats fan prediccions contradictòries amb l'experiment, cal canviar els postulats.

L'objectiu central és la familiarització amb les idees bàsiques de quatre camps de la física clàssica i de les seves formulacions matemàtiques. L'estudiant obtindrà les eines conceptuais per endinsar-se de manera autònoma en aquests camps i per interactuar amb físics i enginyers.

La part de mecànica gira la voltant de les equacions d'Euler-Lagrange i de Hamilton i dels principis de simetria i la seva relació amb les lleis de conservació. El bloc d'electromagnetisme presenta les equacions de Maxwell en forma integral i diferencial, i es discuteix la seva invariància Lorentz per lligar-ho amb la relativitat especial. Finalment, el bloc de medis continus, a banda d'introduir el concepte de balanç de diverses quantitats i la derivada material, es centra en la mecànica de fluids, culminant en l'equació de Navier-Stokes i algunes de les seves solucions i estabilitat.

Els objectius més detallats són:

## 200171 - MMF - Models Matemàtics de la Física

- Entendre la formulació Lagrangiana i Hamiltoniana de la mecànica.
- Utilitzar el càlcul de variacions per familiaritzar-se amb els principis variacionals de la mecànica.
- Aplicar les formulacions Lagrangiana i Hamiltoniana a problemes mecànics complexos.
- Descriure l'electromagnetisme amb les equacions de Maxwell, en forma integral i diferencial.
- Obtenir les equacions d'ona de l'electromagnetisme.
- Descriure les transformacions de Lorentz.
- Entendre la invariància Lorentz de les equacions de Maxwell.
- Aplicar les equacions de la relativitat especial per a problemes cinemàtics senzills.
- Entendre la formulació Euleriana de la mecànica de fluids.
- Entendre la formulació de les diverses lleis de conservació de la mecànica de fluids, en forma diferencial i integral.
- Entendre l'aplicació de l'equació de Navier-Stokes i de les seves aproximacions.
- Aplicar les equacions de la mecànica de fluids a sistemes i problemes concrets.

### Hores totals de dedicació de l'estudiantat

Dedicació total: 187h 30m	Hores grup gran:	45h	24.00%
	Hores grup mitjà:	0h	0.00%
	Hores grup petit:	30h	16.00%
	Hores activitats dirigides:	0h	0.00%
	Hores aprenentatge autònom:	112h 30m	60.00%

## 200171 - MMF - Models Matemàtics de la Física

### Continguts

<p><b>MECÀNICA CLÀSSICA</b></p>	<p>Dedicació: 15h Grup gran/Teoria: 9h Grup mitjà/Pràctiques: 6h</p>
<p>Descripció:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.-Fonaments de la mecànica: Sistemes dinàmics. Principis fonamentals. Principi d'invariància de Galileu.</li> <li>2.-Conceptes preliminars: Sistemes dinàmics: espais de configuracions i d'estats. Lligams; coordenades y velocitats generalitzades.</li> <li>3.-Càlcul de variacions: Tres problemes basics del càlcul de variacions. Principi variacional de Hamilton. Equacions d' Euler-Lagrange. Algunes aplicacions.</li> <li>4.-Formalisme lagrangia: Sistemes lagrangians. Lagrangianes mecàniques i sistemes conservatius. Constants del moviment, simetries i teorema de Noether.</li> <li>5.-Formalisme hamiltonià: Transformació de Legendre. Moments generalitzats. Funció hamiltoniana i equacions de Hamilton. Principi variacional de Hamilton-Jacobi. Sistemes hamiltonians. Parèntesi de Poisson. Constants del moviment i lleis de conservació. Transformacions canòniques.</li> <li>6.-Exemples i aplicacions: Estudi dels oscil·ladors harmònics i no-lineals: computació numèrica.</li> </ol>	
<p><b>CAMP ELECTROMAGNÈTIC I RELATIVITAT ESPECIAL</b></p>	<p>Dedicació: 17h Grup gran/Teoria: 10h Grup mitjà/Pràctiques: 7h</p>
<p>Descripció:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.-Electromagnetisme: Equacions de Maxwell. Equacions de Maxwell en el buit: Forma diferencial clàssica. Equacions de Maxwell en forma integral: lleis fonamentals de l'electromagnetisme. Potencials electromagnètics. Equació de les ones electromagnètiques: propietats de les solucions. Forma covariant de les equacions de Maxwell: quadripotencials i tensor electromagnètic. Formulació variacional de les equacions de Maxwell.</li> <li>2.-Fonaments de la Relativitat Especial: La mecànica clàssica pre-relativista i les equacions de Maxwell. Postulats de la relativitat especial. Espai-temps i mètrica de Minkowski . Transformacions de Lorentz i Poincaré. Cinemàtica relativista: adició de velocitats. Invariància relativista de les equacions de Maxwell.</li> </ol>	
<p><b>DINÀMICA DE FLUIDS</b></p>	<p>Dedicació: 32h Grup gran/Teoria: 19h Grup mitjà/Pràctiques: 13h</p>
<p>Descripció:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.-Les equacions d'Euler: Balanç de massa. Balanç de quantitat de moviment. Teorema del transport. Fluxos incompressibles. Línies de corrent i fluxos estacionaris. El teorema de Bernoulli.</li> <li>2.-Rotació i vorticitat: Circulació d'un flux. Teorema de circulació de Kelvin. Estructura local d'un camp a R3. Funció de corrent. Flux irrotacional: potencial complex.</li> <li>3.-Les equacions de Navier-Stokes: Viscositat. Fluids Newtonians. Les equacions de Navier-Stokes. Nombre de Reynolds.</li> <li>4.- Estabilitat hidrodinàmica: computació numèrica</li> </ol>	

## 200171 - MMF - Models Matemàtics de la Física

### Sistema de qualificació

En acabar les dues primeres parts de l'assignatura es realitzarà un primer examen parcial que, en principi, seria eliminatori i tindria un pes del 45% en la nota final de l'assignatura.

En finalitzar el curs, l'alumne podrà triar entre realitzar un segon examen parcial sobre les dues parts restants, amb un pes del 45% sobre la nota final, o realitzar un examen final sobre la totalitat del temari, el valor del qual seria, en aquest cas, el 90% de la nota final.

El 10% restant s'obté de la qualificació dels problemes que els alumnes hagin lliurat durant el curs.

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

### Bibliografia

#### Bàsica:

Jackson, J.D. Classical electrodynamics. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1999. ISBN 047143132X.

Chorin, A. ; Marsden J.E. A mathematical introduction to fluid mechanics. 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 1992. ISBN B10834722.

Saletan, E.J. ; Cromer, A.H. Theoretical mechanics. New York: John Wiley & Sons, 1971.

Acheson, D. J. Elementary fluid dynamics. Oxford : New York: Clarendon Press ; Oxford University Press, 1990. ISBN 0198596790.

Paterson, A. R. A First course in fluid dynamics. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 1983. ISBN 0521274249.

Drazin, P. G. Introduction to hydrodynamic stability. Cambridge, UK [etc.]: Cambridge University Press, 2002. ISBN 0521009650.

Wiggins, Stephen. Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos. 2nd ed. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 2003. ISBN 0387001778.

Kuznetsov, Yuri A. Elements of applied bifurcation theory. 3rd ed. New York: Springer, cop. 2004. ISBN 0387219064.

#### Complementària:

Feynman, Richard P. The Feynman lectures on physics. New York: Basic Books, cop. 2010. ISBN 9780465023820.

Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. The classical theory of fields. 4th rev. English ed. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, cop.2010. ISBN 9780750627689.

Goldstein, Herbert ; Safko, Joh ; Poole, Charles P. Classical mechanics. 3rd ed. San Francisco [etc.]: Addison-Wesley, cop. 2002. ISBN 0201657023.

Smith, James H. Introduction to special relativity. Dover, 2012. ISBN 9780486688954.