

200202 - TOPA - Topologia Algebraica

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques
Curs: 2019
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Unitat docent Optativa)
Crèdits ECTS: 6 Idiomes docència: Català

Professorat

Responsable: JAUME AMOROS TORRENT
Altres: Segon quadrimestre:
JAUME AMOROS TORRENT - M-A
GUILLEM BLANCO FERNÁNDEZ - M-A

Horari d'atenció

Horari: S'anunciarà a classe i a Atenea.

Capacitats prèvies

- * Conèixer els continguts de l'assignatura de Topologia.
- * Conèixer les nocions bàsiques de geometria afí vistes a l'assignatura de Geometria afí i euclidiana.
- * Calcular amb Matlab/Octave.

Competències de la titulació a les quals contribueix l'assignatura

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.

200202 - TOPA - Topologia Algebraica

10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

12. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Metodologies docents

Del total d'hores lectives, la meitat es dedicaran a la presentació per part del professor dels continguts del temari de l'assignatura a la pissarra i l'altra meitat es destinaran a la discussió i resolució de problemes relacionats amb aquests continguts.

Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

* Familiaritzar a l'alumne amb el càlcul de l'homologia (grups i generadors) en un ventall ampli d'espais topològics i versions de l'homologia, a mà i a màquina.

* Mostrar aplicacions geomètriques de l'homologia, tant d'abast teòric com aplicat al reconeixement d'imatges i l'Anàlisi Topològica de Dades.

Hores totals de dedicació de l'estudiantat

Dedicació total: 150h	Hores grup gran:	30h	20.00%
	Hores grup mitjà:	0h	0.00%
	Hores grup petit:	30h	20.00%
	Hores activitats dirigides:	0h	0.00%
	Hores aprenentatge autònom:	90h	60.00%

200202 - TOPA - Topologia Algebraica

Continguts

Temari

Dedicació: 120h

Grup gran/Teoria: 30h

Grup mitjà/Pràctiques: 30h

Aprenentatge autònom: 60h

Descripció:

Tema 1: Poliedres

Poliedres simplicials, nus, estrella, morfismes.

Homologia simplicial. Orientació i signe. Interpretació dels grups zero i u.

Teoria 3h, problemes 4h, treball personal 5h

Tema 2: Àlgebra homològica

Complexes de cadenes. Morfismes. Homotopies. Invariància homotòpica de l'homologia.

Lema de la serp, successió exacta llarga d'homologia. Casos de Mayer-Vietoris simplicial i homologia relativa.

Teoria 6h, problemes 8h, treball personal 16h

Tema 3: Homologia singular i celular

Homologia singular. Mayer-Vietoris, adjunció celular.

Homologia celular. Künneth.

Teoria 4h, problemes 4h, treball personal 6h

Tema 4: Homologia de varietats

Varietats llises i varietats simplicials. Homologia local, homologia de grau màxim.

Intersecció. Dualitat de Poincaré.

Descomposició celular associada a una funció de Morse.

Teoria 5h, problemes 6h, treball personal 8h

Tema 5: Anàlisi topològica de dades

Codis de barres i homologia persistent.

Aplicacions: reconeixement d'imatges, estructura de les imatges naturals.

Teoria 8h, problemes 4h, treball personal 12h

Dedicació dels 5 temes:

Teoria 26h

Problemes 26h

Treball personal 47h

Pràctica de càlcul per ordinador: 4h teoria, 4h problemes, 13h treball personal.

200202 - TOPA - Topologia Algebraica

Sistema de qualificació

La nota final de l'assignatura serà la que resulti d'aplicar la fórmula següent:

$$N = \max \{ 0.5 \cdot E + 0.2 \cdot \text{PAR} + 0.3 \cdot \text{PRAC}, 0.7 \cdot E + 0.3 \cdot \text{PRAC} \}$$

on E serà la nota obtinguda per l'estudiant en un examen global que es farà al final del quadrimestre, PAR serà la nota obtinguda en un examen parcial que es farà cap a la meitat del quadrimestre, i PRAC serà la nota d'una pràctica de l'assignatura que l'estudiant desenvoluparà al llarg del quadrimestre.

Bibliografia

Bàsica:

- Edelsbrunner, Herbert; Harer, John. Computational Topology : an introduction. AMS, 2010. ISBN 978-0-8218-4925-5.
Navarro, V.; Pascual, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 8483381230.

Complementària:

- Milnor, John. Morse Theory. Princeton U.P., 1963.
Munkres, James R. Elements of algebraic topology. The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1984.
Ghrist, Robert. Elementary applied topology. 1.0. Amazon, 2014. ISBN 978-1502880857.
Ghrist, Robert. "Barcodes: the persistent topology of data". Bulletin of the American Mathematical Society (New Series) [en línia]. Disponible a: <http://www.ams.org/journals/bull/all_issues.html>.