

## Guia docent

# 300015 - MT - Matemàtiques de la Telecomunicació

Última modificació: 10/06/2022

**Unitat responsable:** Escola d'Enginyeria de Telecomunicació i Aeroespacial de Castelldefels  
**Unitat que imparteix:** 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

**Titulació:** GRAU EN ENGINYERIA DE SISTEMES DE TELECOMUNICACIÓ (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).  
GRAU EN ENGINYERIA TELEMÀTICA (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

**Curs:** 2022      **Crèdits ECTS:** 6.0      **Idiomes:** Català, Castellà

### PROFESSORAT

---

**Professorat responsable:** Definit a la infoweb de l'assignatura.

**Altres:** Definit a la infoweb de l'assignatura.

### CAPACITATS PRÈVIES

---

Es parteix del nivell assolit pels alumnes després d'haver superat l'assignatura de Càlcul. En particular, l'estudiant/a ha de ser capaç de :

- Operar amb nombres complexos, conèixer l'exponencial complexa i la fórmula d'Euler.
- Utilitzar el càlcul diferencial i integral d'una i vàries variables.

És recomanable haver aprovat o cursar simultàniament

- CÀLCUL

### COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

---

#### Específiques:

1. CE 1 TELECOM. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización. (CIN/352/2009, BOE 20.2.2009)

#### Transversals:

2. TREBALL EN EQUIP - Nivell 1: Participar en el treball en equip i col·laborar-hi, un cop identificats els objectius i les responsabilitats col·lectives i individuals, i decidir conjuntament l'estratègia que s'ha de seguir.

3. APRENTATGE AUTÒNOM - Nivell 1: Dur a terme les tasques encomanades en el temps previst, tot treballant amb les fonts d'informació indicades, d'acord amb les pautes marcades pel professorat.

06 URI N1. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ - Nivell 1: Identificar les pròpies necessitats d'informació i utilitzar les col·leccions, els espais i els serveis disponibles per dissenyar i executar cerques simples adequades a l'àmbit temàtic.

## METODOLOGIES DOCENTS

---

A les sessions de grup gran s'alternen les sessions expositives participatives amb sessions d'aprenentatge cooperatiu.

A les classes de problemes es prioritza la resolució de problemes per part dels estudiants, amb una atenció més personalitzada de les dificultats per part del professor.

A l'inici del curs s'organitzen els estudiants en grups de tres (o quatre) (grups formals) i s'assigna un rol a cadascun dels membres (1, 2, 3). Aquests grups realitzen diversos tipus d'activitats:

### 1) Sessions d'aprenentatge cooperatiu (mètode JigSaw (puzle))

Cada estudiant extreu del Campus Digital el material complet corresponent a la sessió, que està estructurat en tres parts independents (1,2,3), i prepara de forma individual i autònoma la part corresponent al seu rol (en el temps d'aprenentatge autònom). A la classe següent, els estudiants es reuneixen en grups d'experts, constituïts per estudiants que han preparat el mateix rol, per tal que contrastin els seus dubtes i consultin amb el professor si és necessari. Posteriorment, es reuneixen els grups formals perquè cada estudiant expliqui la seva part a la resta de membres del grup. Finalment, cada grup aplica els coneixements treballats durant la sessió (o bé en la sessió d'activitats dirigides) a la resolució d'exercicis i els lliura al final de la classe.

### 2) Resolució i lliurament d'exercicis

Poden ser exercicis encarregats per fer a classe o en el temps de treball personal. En alguns casos, abans del lliurament al professor es farà una correcció entre companys mitjançant una rúbrica.

De tots els lliurables, controls i exàmens es dona feedback personalitzat a cada alumne, o bé a través del Campus Digital o bé mostrant a l'alumne les correccions i comentaris dels treballs.

D'altra banda, es fa un seguiment dels grups de treball (control d'assistència, funcionament, resolució de conflictes) i eventual reassignació de grups.

## OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

---

En acabar l'assignatura de Matemàtiques de la Telecomunicació, l'estudiant ha de ser capaç de:

- Definir la transformació de Laplace i les seves principals propietats.

Calcular la transformada de Laplace de funcions habituals i la transformada inversa de funcions racionals per descomposició en fraccions simples. Aplicar la transformada de Laplace al problema de valor inicial. Resoldre problemes de valor inicial amb funcions generalitzades i amb funcions contínues a trossos.

- Desenvolupar en sèrie de Fourier (trigonomètrica i exponencial) funcions periòdiques habituals i representar l'espectre discret de freqüència. Aplicar la relació de Parseval.

- Definir i utilitzar la transformada de Fourier i les seves principals propietats.

Obtenir i interpretar l'espectre de freqüència de funcions no periòdiques usuals.

Aplicar el teorema de convolució i el de Parseval. Utilitzar algunes funcions generalitzades.

- Calcular l'esperança i la variància d'una variable aleatòria contínua a partir de la funció de densitat. Calcular probabilitats vinculades a variables aleatòries que segueixen un distribució uniforme, exponencial o normal.

## HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

---

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	84,0	56.00
Hores grup mitjà	13,0	8.67
Hores activitats dirigides	14,0	9.33
Hores grup gran	39,0	26.00



Dedicació total: 150 h

## CONTINGUTS

### 1. Transformada de Laplace

#### Descripció:

Transformada de Laplace. Definició. Propietats. Antitransformada de funcions racionals. Aplicació a la resolució de problemes de valor inicial. Funció de Heaviside. Transformada de Laplace de funcions definides a trossos. Funcions generalitzades, delta de Dirac. Resposta impulsiva i funció de transferència. Teorema de Convulució.

#### Activitats vinculades:

Sessions d'aprenentatge cooperatiu 1, 2 i 3

Control 1

Examen 1

#### Dedicació: 46h

Grup gran/Teoria: 12h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Activitats dirigides: 4h

Aprenentatge autònom: 26h

### 2. Anàlisi de Fourier

#### Descripció:

2.1 Successions i sèries numèriques. Successions: monotonia i fitació, límits finits i infinits. Sèries : definició i convergència. Sèrie geomètrica, p-sèries. Alguns criteris de convergència per a sèries de termes positius.

2.2 Sèries de Fourier: introducció. Sèrie de Fourier associada a una funció periòdica. Desenvolupament en sèrie de Fourier de funcions parelles i senars. Sèrie sinus i sèrie cosinus. Convergència: Fenòmen de Gibbs, convergència en mitjana quadràtica. Desigualtat de Bessel i relació de Parseval.

2.3 Forma complexa de les sèries de Fourier. Espectre de freqüència.

2.4 Transformada de Fourier. definició i propietats. Càlcul de transformades. Propietats de la transformada d'una funció real. Transformada sinus i transformada cosinus. La identitat de Parseval i l'espectre d'energia. El teorema de convulució. Convulució gràfica. Funcions generalitzades: Transformada de la funció esglaó, transformada d'un tren de deltes, convulució amb una delta i amb un tren de deltes. Relació entre la transformada de Fourier i la transformada de Laplace. Introducció a la transformada discreta de Fourier.

#### Activitats vinculades:

Sessions d'aprenentatge cooperatiu 4, 5 i 6

Control 2

Examen 1 i examen 2

Pràctica de Transformada de Fourier

#### Dedicació: 69h

Grup gran/Teoria: 18h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Activitats dirigides: 7h

Aprenentatge autònom: 38h



### 3. Funcions de densitat de probabilitat

**Descripció:**

3.1 Introducció a la probabilitat en un espai de valors continus. Variables aleatòries contínues. Funció de distribució i de densitat. Esperança i variància.

3.2 Distribucions de probabilitat més usuals: Uniforme, Exponencial i Normal o Gaussiana.

3.3 Funcions d'una variable aleatòria. Teorema de l'esperança.

**Activitats vinculades:**

Examen 2

**Dedicació:** 35h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Activitats dirigides: 3h

Aprenentatge autònom: 20h

## ACTIVITATS

### ACTIVITAT 1: SESSIÓ D'APRENTATGE COOPERATIU TL 1

**Descripció:**

Preparació prèvia del material teòric amb exemples de la part que correspon a l'alumne (rol) en el seu temps d'aprenentatge autònom.

Treball a l'aula del material teòric primer en grups d'experts i després en grups formals. Resolució dels dubtes entre companys o amb el professor.

Realització en grup de problemes d'aplicació a l'aula.

Atenció del professor a l'aula per a resoldre dubtes i donar indicacions de forma particular o general. El professor dóna feedback sobre l'activitat a cada grup.

**Objectius específics:**

Calcular transformades de Laplace mitjançant l'aplicació de propietats a les transformades elementals. Resoldre un problema de valor inicial.

**Material:**

Material TL1 (Disponible al Campus Digital)

**Lliurament:**

Lliurable 1: Problemes d'aplicació resolts a l'aula.

Vincle amb l'avaluació: Apartat activitats dirigides.

**Dedicació:** 4h 30m

Grup gran/Teoria: 1h 30m

Activitats dirigides: 2h

Aprenentatge autònom: 1h



## ACTIVITAT 2: SESSIÓ D'APRENTATGE COOPERATIU TL 2

### Descripció:

Preparació prèvia del material teòric amb exemples de la part que correspon a l'alumne (rol) en el seu temps d'aprenentatge autònom.

Treball a l'aula del material teòric primer en grups d'experts i després en grups formals. Resolució dels dubtes entre companys o amb el professor.

Realització en grup de problemes d'aplicació a l'aula.

Atenció del professor a l'aula per a resoldre dubtes i donar indicacions de forma particular o general. El professor dóna feedback sobre l'activitat a cada grup.

### Objectius específics:

Calcular transformades inverses de Laplace de funcions racionals amb denominador amb arrels complexes simples mitjançant l'aplicació de la descomposició en fraccions simples. Comparar els tres mètodes segons el tipus de descomposició i l'expressió de la funció resultat.

### Material:

Material TL2 (Disponible al Campus Digital)

### Lliurament:

Lliurable 2: Problemes d'aplicació resolts a l'aula.

Víncle amb l'avaluació: Apartat activitats dirigides.

**Dedicació:** 4h 30m

Grup gran/Teoria: 1h 30m

Activitats dirigides: 2h

Aprenentatge autònom: 1h

## ACTIVITAT 3: SESSIÓ D'APRENTATGE COOPERATIU TL 3

### Descripció:

Preparació prèvia del material teòric amb exemples de la part que correspon a l'alumne (rol) en el seu temps d'aprenentatge autònom.

Treball a l'aula del material teòric primer en grups d'experts i després en grups formals. Resolució dels dubtes entre companys o amb el professor.

Realització en grup de problemes d'aplicació a l'aula.

Atenció del professor a l'aula per a resoldre dubtes i donar indicacions de forma particular o general. El professor dóna feedback sobre l'activitat a cada grup.

### Objectius específics:

Transformar funcions definides a trossos utilitzant la funció de Heaviside. Calcular transformades inverses de funcions que són producte de  $F(s)$  per una exponencial  $e^{-as}$ . Resoldre problemes de valor inicial on es presenten les situacions anteriors.

### Material:

Material TL3 (Disponible al Campus Digital)

### Lliurament:

Lliurable 3: Problemes d'aplicació resolts a l'aula

Víncle amb l'avaluació: Apartat activitats dirigides

**Dedicació:** 4h 30m

Grup gran/Teoria: 1h 30m

Activitats dirigides: 2h

Aprenentatge autònom: 1h



#### ACTIVITAT 4: SESSIÓ D'APRENTATGE COOPERATIU SN

**Descripció:**

Preparació prèvia del material teòric amb exemples de la part que correspon a l'alumne (rol) en el seu temps d'aprenentatge autònom.

Treball a l'aula del material teòric primer en grups d'experts i després en grups formals. Resolució dels dubtes entre companys o amb el professor.

Realització en grup de problemes d'aplicació a l'aula.

Atenció del professor a l'aula per a resoldre dubtes i donar indicacions de forma particular o general. El professor dóna feedback sobre l'activitat a cada grup.

**Objectius específics:**

Aplicar els criteris bàsics per determinar la convergència de sèries numèriques de termes positius.

**Material:**

Material SN (Disponible al Campus Digital)

**Lliurament:**

Lliurable 4: Problemes d'aplicació resolts a l'aula.

Víncle amb l'avaluació: Apartat activitats dirigides.

**Dedicació:** 4h 30m

Grup gran/Teoria: 1h 30m

Activitats dirigides: 2h

Aprenentatge autònom: 1h

#### ACTIVITAT 5: SESSIÓ D'APRENTATGE COOPERATIU SF

**Descripció:**

Preparació prèvia del material teòric amb exemples de la part que correspon a l'alumne (rol) en el seu temps d'aprenentatge autònom.

Treball a l'aula del material teòric primer en grups d'experts i després en grups formals. Resolució dels dubtes entre companys o amb el professor.

Atenció del professor a l'aula per a resoldre dubtes de forma particular o general. El professor dóna feedback sobre l'activitat a cada grup.

**Objectius específics:**

Conèixer les característiques bàsiques de les funcions periòdiques i els valors de les integrals de productes de sinus i cosinus a l'interval  $[-\pi, \pi]$ . Conèixer les característiques bàsiques de les funcions parelles i de les funcions senars i la descomposició d'una funció som a suma d'una funció parella més una funció senar. Observar en el programa MAPLE la representació gràfica d'una ona quadrada i d'altres senyals i els primers termes de la seva sèrie de Fourier, així com el comportament en els punts de discontinuïtat.

**Material:**

Material SF (Disponible al Campus Digital)

**Lliurament:**

Aquesta activitat no té cap lliurable associat perquè l'objectiu és que després d'aquesta activitat l'alumne ha de tenir els coneixements previs necessaris per a comprendre el desenvolupament en sèrie de Fourier d'un senyal periòdic.

**Dedicació:** 3h

Grup gran/Teoria: 1h

Aprenentatge autònom: 2h



## ACTIVITAT 6: SESSIÓ D'APRENTATGE COOPERATIU TF1

### Descripció:

Preparació prèvia del material teòric amb exemples de la part que correspon a l'alumne (rol) en el seu temps d'aprenentatge autònom.

Treball a l'aula del material teòric primer en grups d'experts i després en grups formals. Resolució dels dubtes entre companys o amb el professor.

Realització en grup de problemes d'aplicació a l'aula.

Atenció del professor a l'aula per a resoldre dubtes i donar indicacions de forma particular o general. El professor dóna feedback sobre l'activitat a cada grup.

### Objectius específics:

Conèixer i aplicar les propietats bàsiques de la transformada de Fourier.

### Material:

Material TF1 (Disponible al Campus Digital)

### Lliurament:

Lliurable 5: Problemes d'aplicació resolts a l'aula.

Vincle amb l'avaluació: Apartat activitats dirigides.

### Dedicació: 4h 30m

Grup gran/Teoria: 1h 30m

Activitats dirigides: 2h

Aprenentatge autònom: 1h

## ACTIVITAT 7: SESSIÓ D'APRENTATGE COOPERATIU TF2

### Descripció:

Preparació prèvia del material teòric amb exemples de la part que correspon a l'alumne (rol) en el seu temps d'aprenentatge autònom.

Treball a l'aula del material teòric primer en grups d'experts i després en grups formals. Resolució dels dubtes entre companys o amb el professor.

Realització en grup de problemes d'aplicació a l'aula.

Atenció del professor a l'aula per a resoldre dubtes i donar indicacions de forma particular o general. El professor dóna feedback sobre l'activitat a cada grup.

### Objectius específics:

Conèixer i aplicar les propietats de la transformada de Fourier (TF) d'una funció real. Conèixer la transformada sinus i la transformada cosinus i la seva relació amb la TF en el cas de funcions parelles o senars. Conèixer la relació de Parseval.

### Material:

Material TF2 (Disponible al Campus Digital)

### Lliurament:

Lliurable 6: Problemes d'aplicació resolts a l'aula.

Vincle amb l'avaluació: Apartat activitats dirigides.

### Dedicació: 4h 30m

Grup gran/Teoria: 1h 30m

Grup petit/Laboratori: 1h

Activitats dirigides: 2h



## ACTIVITAT 8: PRÀCTICA DE TRANSFORMADA DE FOURIER

**Descripció:**

Realització d'un pràctica guiada amb ordinadors portàtils a l'aula.

**Objectius específics:**

Anàlisi de senyals d'àudio mitjançant Sonic Visualiser. Diferència entre ona i espectre. Espectrograma. Detectar components periòdics i relacionar senyals amb les sèries calculades a classe.

**Material:**

Documentació de la pràctica disponible al Campus Digital.

**Lliurament:**

Fitxer amb la pràctica resolta lliurat a través d'Atenea.

Vincle amb l'avaluació: Apartat Pràctica de laboratori.

**Dedicació:** 3h

Grup mitjà/Pràctiques: 1h

Aprenentatge autònom: 2h

## CONTROL 1

**Descripció:**

Control individual. Continguts tema 1

**Objectius específics:**

Calcular transformades de Laplace i transformades de Laplace inverses mitjançant l'aplicació de propietats a les transformades elementals. Resoldre un problema de valor inicial que pot contenir funcions racionals, funcions de Heaviside i Delta de Dirac.

**Material:**

Apunts de l'assignatura i llistes de problemes disponibles al Campus Digital.

**Dedicació:** 21h

Grup gran/Teoria: 1h

Aprenentatge autònom: 20h

## CONTROL 2

**Descripció:**

Control individual. Continguts temes 2.3 i 2.4

**Objectius específics:**

Aplicar els criteris de convergència de sèries numèriques de termes positius.

Calcular el desenvolupament en sèrie de Fourier trigonomètrica d'una funció periòdica. Aplicació del Teorema de Dirichlet i de la relació de Parseval.

**Material:**

Apunts de l'assignatura i llistes de problemes disponibles al Campus Digital.

**Dedicació:** 21h 30m

Grup gran/Teoria: 1h

Aprenentatge autònom: 20h 30m





### EXAMEN 1

**Descripció:**

Continguts temes 1, 2.1 i 2.2

**Material:**

Apunts de l'assignatura i llistes de problemes disponibles al Campus Digital.

### EXAMEN 2

**Descripció:**

Continguts temes 2.3, 2.4 i 3

**Material:**

Apunts de l'assignatura i llistes de problemes disponibles al Campus Digital.

## SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

---

S'aplicaran els criteris d'avaluació definits a la infoweb de l'assignatura.

## NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

---

Els controls es fan en hores de classe i tenen una durada màxima de 60 minuts.

El primer examen es fa a la meitat del quadrimestre (setmana sense classes).

El segon examen es fa a la setmana següent de finalitzar les classes del quadrimestre.

Els exàmens tenen una durada de 90 minuts.

## BIBLIOGRAFIA

---

**Bàsica:**

- Braun, Martin. Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica, 1990. ISBN 9687270586.
- Burillo, Josep; Miralles, Alícia; Serra, Oriol. Probabilitat i estadística [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 2003 [Consulta: 15/04/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36808>. ISBN 8483016869.
- Hsu, Hwei P.; Mehra, Raj. Análisis de Fourier. Argentina [etc.]: Addison-Wesley Iberoamericana, cop. 1987. ISBN 9684443560.

**Complementària:**

- Lathi, B. P. (Bhagwandas Pannalal). Introducción a la teoría y sistemas de comunicación. México, [etc.]: Limusa : Noriega, 1974. ISBN 9681805550.
- Leon-García, Alberto. Probability, statistics, and random processes for electrical engineering. 3rd ed. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Education, 2009. ISBN 9780137155606.
- Spiegel, Murray R. Transformadas de Laplace. Mèxic: McGraw-Hill, 1991. ISBN 9684228813.

## RECURSOS

---

**Altres recursos:**

Material disponible al Campus Digital (Atenea):

- 1) Material específic per a les sessions d'aprenentatge cooperatiu (puzle) estructurat en 3 parts independents (rols).
- 2) Apunts de l'assignatura
- 3) Llistes de problemes
- 4) Documentació de la pràctica de la Transformada de Fourier