



# Guía docente

## 300018 - ALA - Álgebra Lineal y Aplicaciones

Última modificación: 20/06/2024

**Unidad responsable:** Escuela de Ingeniería de Telecomunicación y Aeroespacial de Castelldefels  
**Unidad que imparte:** 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

**Titulación:** GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).  
GRADO EN INGENIERÍA TELEMÁTICA (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).

**Curso:** 2024      **Créditos ECTS:** 6.0      **Idiomas:** Catalán, Castellano

### PROFESORADO

---

**Profesorado responsable:** Definit a la infoweb de l'assignatura.

**Otros:** Definit a la infoweb de l'assignatura.

### CAPACIDADES PREVIAS

---

Calculo y Matematicas de la Telecomunicacion  
Destreza en cálculos aritméticos y simplificaciones en expresiones algebraicas.  
Conocimiento de los conceptos de función y de representación gráfica de una función.  
Saber utilizar el cálculo diferencial e integral de una y varias variables.  
Conocer la transformación de Laplace.  
Capacidad de abstracción.

### REQUISITOS

---

Las matemáticas de la enseñanza secundaria postobligatoria.  
Haber cursado o estar cursando las asignaturas Cálculo y Matemáticas de la Telecomunicación.

### COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

---

#### Específicas:

1. CE 1 TELECOM. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización. (CIN/352/2009, BOE 20.2.2009)

#### Transversales:

2. APRENDIZAJE AUTÓNOMO - Nivel 1: Llevar a cabo tareas encomendadas en el tiempo previsto, trabajando con las fuentes de información indicadas, de acuerdo con las pautas marcadas por el profesorado.
3. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA - Nivel 1: Planificar la comunicación oral, responder de manera adecuada a las cuestiones formuladas y redactar textos de nivel básico con corrección ortográfica y gramatical.
4. TRABAJO EN EQUIPO - Nivel 1: Participar en el trabajo en equipo y colaborar, una vez identificados los objetivos y las responsabilidades colectivas e individuales, y decidir conjuntamente la estrategia que se debe seguir.

## METODOLOGÍAS DOCENTES

---

Dos sesiones semanales de 1.5 horas donde se tratan los conceptos teóricos del tema y se resuelven problemas ilustrativos. Estas sesiones combinan el modelo expositivo con el participativo (aprendizaje cooperativo).

Una hora semanal alterna de clase dedicada a resolver problemas de una lista disponible en Atenea y donde se prioriza la resolución de los problemas por parte de los estudiantes, con una atención más personalizada de las dificultades por parte del profesorado.

Una hora semanal de actividades dirigidas donde el estudiante plantea, analiza y resuelve aplicaciones prácticas de forma analítica y numérica (con el software mencionado). En estas actividades dirigidas se usan principalmente métodos de aprendizaje basado en problemas/proyectos. Las sesiones de actividades dirigidas son de dos tipos. En las del primer tipo el estudiante trabaja individualmente un guión que ha descargado de Atenea y que contiene un estudio previo necesario para el trabajo que realizará posteriormente y contesta un cuestionario que tendrá que entregar antes de la realización del trabajo de laboratorio. El segundo tipo de actividad dirigida, continuación de la anterior, se hace necesariamente en el laboratorio, donde planteará y resolverá, mediante el software matemático, una aplicación concreta del álgebra lineal, siguiendo unas pautas generales escritas. Estas actividades dirigidas cuentan con el asesoramiento del profesorado que orienta convenientemente a los alumnos para su desarrollo efectivo. Un número reducido de estudiantes por grupo facilita la detección de carencias en la formación previa y la comprensión de las materias del curso, y el profesorado puede ayudar individualmente. Esta individualización favorece también a los alumnos con más formación y capacidad. La proximidad del profesor asegura la evaluación continuada.

Las horas de aprendizaje autónomo se tienen que dedicar al estudio de la asignatura y a la resolución de los ejercicios propuestos por el profesorado.

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

---

Al acabar la asignatura de Álgebra Lineal y Aplicaciones, el/la estudiante tiene que ser capaz de:

- Solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
- Operar con matrices.
- Conocer las propiedades de los espacios vectoriales.
- Conocer las aplicaciones lineales, los cambios de base y la diagonalización de matrices.
- Saber operar con el producto escalar y manipular bases. Ortonormalizar.
- Explicar el significado geométrico y resolver las ecuaciones diferenciales de primer orden más usuales, las ecuaciones diferenciales lineales de orden  $n$  y los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden con coeficientes constantes. Saber encontrar soluciones particulares.
- Utilizar una herramienta informática (Wiris, Matlab o equivalente) para resolver problemas reales relacionados con el álgebra lineal.

## HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

---

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	84,0	56.00
Horas grupo grande	66,0	44.00

**Dedicación total:** 150 h

## CONTENIDOS

### Sistemas de ecuaciones lineales, matrices y determinantes

**Descripción:**

- 1.1 Matrices. Operaciones con matrices. Matriz inversa. Rango. Método de Gauss.
- 1.2 Determinantes.
- 1.3 Sistemas de ecuaciones lineales. Discusión y resolución de sistemas. Método de Cramer. Principio de superposición.

**Actividades vinculadas:**

Actividades Dirigidas 5,6.

**Dedicación:** 15h 50m

Grupo grande/Teoría: 6h 50m

Aprendizaje autónomo: 9h

### Espacios vectoriales

**Descripción:**

- 2.1 Espacios y subespacios vectoriales. Subespacios generados por un conjunto: combinación lineal. Dependencia e independencia lineal. Sistemas de generadores.
- 2.2 Bases. Dimensión. Coordenadas de un vector en una base. Cambio de base.
- 2.3 Operaciones con subespacios: suma directa.

**Actividades vinculadas:**

Actividades Dirigidas 7,8.

**Dedicación:** 19h

Grupo grande/Teoría: 8h 10m

Aprendizaje autónomo: 10h 50m

### Producto Escalar

**Descripción:**

- 3.1 Producto escalar
- 3.2 Bases ortogonales y ortonormales
- 3.3 Proyección ortogonal

**Dedicación:** 17h 20m

Grupo grande/Teoría: 6h 30m

Aprendizaje autónomo: 10h 50m

### Operadores lineales. Diagonalización

**Descripción:**

- 4.1 Definiciones y propiedades. Núcleo e imagen. Matriz asociada a una aplicación lineal. Cambio de base en aplicaciones lineales.
- 4.2 Endomorfismos y matrices diagonalizables. Vectores y valores propios. Polinomio característico.
- 4.3 Diagonalización. Teorema de Cayley-Hamilton. Primer teorema de descomposición.

**Actividades vinculadas:**

Control 2; Actividades Dirigidas 9,10,11,12.

**Dedicación:** 40h 40m

Grupo grande/Teoría: 19h

Aprendizaje autónomo: 21h 40m



## Ecuaciones diferenciales

### Descripción:

5.1 Ecuaciones diferenciales de primer orden. Definición. Resolución de ecuaciones de variables separables, lineales y homogéneas. Ecuaciones diferenciales exactas.

5.2 Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior a coeficientes constantes. Método de ensayo para obtener una solución particular para el caso no homogéneo.

5.3 Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes. Resolución por sustitución. Sistemas homogéneos y no homogéneos. Aplicación de la Transformada de Laplace.

### Actividades vinculadas:

Control 2; Actividades Dirigidas 13,14.

**Dedicación:** 57h 10m

Grupo grande/Teoría: 25h 30m

Aprendizaje autónomo: 31h 40m

## ACTIVIDADES

### CONTROL 1

#### Descripción:

Control individual. Resolución de uno o dos ejercicios similares a los que incluyen las listas de problemas trabajadas en clase.

#### Objetivos específicos:

Reconocer espacios vectoriales. Realizar cambios de base. Trabajar con operadores lineales. Diagonalizar. Calcular autovalores y autovectores.

#### Material:

Apuntes de la asignatura y listas de problemas disponibles en el Campus Digital

#### Entregable:

Control resuelto

Vínculo con la evaluación: apartado controles.

**Dedicación:** 10h 45m

Grupo grande/Teoría: 0h 45m

Aprendizaje autónomo: 10h

### CONTROL 2

#### Descripción:

Control individual. Resolución de uno o dos ejercicios similares a los que incluyen las listas de problemas trabajadas en clase.

#### Objetivos específicos:

Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden de variables separadas, ecuaciones homogéneas, lineales y exactas. Resolución de ecuaciones diferenciales lineales de orden  $n$  con coeficientes constantes.

#### Material:

Apuntes de la asignatura y listas de Problemas disponibles en el Campus Digital

#### Entregable:

Control resuelto

Vínculo con la evaluación: apartado controles.

**Dedicación:** 10h 45m

Grupo grande/Teoría: 0h 45m

Aprendizaje autónomo: 10h



### ACTIVIDADES DIRIGIDAS 1,2 (INTRODUCCIÓN AL PROGRAMARLO MATEMÁTICO)

**Descripción:**

Introducción en el software libre o con licencia UPC y su aplicación en la asignatura. El software tiene que permitir operar con matrices, solucionar sistemas de ecuaciones lineales, etc. (p.e. Wiris, Maple o equivalente).

A partir de un guión que hay que estudiar y trabajar autónomamente (estudio previo), se contesta un cuestionario que se entrega al empezar la 2ª actividad dirigida, la cuál se realiza en el laboratorio con el asesoramiento del profesor. Se trata de introducir el software resolviendo un caso práctico. Hay que considerar el problema propuesto, los conceptos y los métodos explicados de una guía disponible en Atenea para poder diseñar un programa o esquema de resolución y aplicarlo al caso considerado.

**Objetivos específicos:**

Conocer las instrucciones básicas del software dentro del contexto del Álgebra Lineal.

**Material:**

Material AD1,AD2 (disponible en Atenea)

**Entregable:**

Entregable 1: Cuestionario resuelto.

Entregable 2: Diseño metodológico y resolución del trabajo propuesto.

Vínculo con la evaluación: apartado de entregables en grupo.

**Dedicación:** 4h

Actividades dirigidas: 2h

Aprendizaje autónomo: 2h

### ACTIVIDADES DIRIGIDAS 3,4 (ARITMÉTICA MODULAR. ENCRIPTADO)

**Descripción:**

En el estudio previo se describen las matemáticas del encriptado RSA y hay que contestar un cuestionario que se entrega al empezar la 2ª actividad dirigida, la cual se realiza en el laboratorio con el asesoramiento del profesor y donde se diseña la metodología y se resuelve un ejemplo práctico de encriptado RSA con clave pública, aplicando los conceptos y los métodos del estudio previo.

**Objetivos específicos:**

Aplicar la aritmética modular al encriptado RSA.

**Material:**

Material AD3,AD4 (disponible a Atenea)

**Entregable:**

Entregable 3: Cuestionario resuelto.

Entregable 4: Diseño metodológico y resolución del trabajo propuesto.

Vínculo con la evaluación: apartado de entregables en grupo.

**Dedicación:** 4h

Actividades dirigidas: 2h

Aprendizaje autónomo: 2h



### ACTIVIDAD DIRIGIDA 13,14 (ECUACIONES DIFERENCIALES)

**Descripción:**

En el estudio previo se introduce un método numérico (método de Euler) de resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden. Hay que contestar un cuestionario que el/la estudiante entregará para su corrección al empezar la 2ª actividad dirigida que se realiza en el laboratorio con el asesoramiento del profesor y donde diseña la metodología y resuelve ejemplos, como un caso adaptado a la carrera de presa-depredador. (secciones 11.20 o 11.21 de AR 2005)

**Objetivos específicos:**

Aplicar métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales para resolver modelos tipo presa-depredador (p.e propagación de agentes en redes, etc).

**Material:**

Material AD13,AD14 (disponible en Atenea)

**Entregable:**

Entregable 13: Cuestionario resuelto.

Entregable 14: Diseño metodológico y resolución del trabajo propuesto.

Vínculo con la evaluación: apartado entregables en grupo

**Dedicación:** 4h

Actividades dirigidas: 2h

Aprendizaje autónomo: 2h

### ACTIVIDADES DIRIGIDAS 5,6 (MATRICES. REDES)

**Descripción:**

En el estudio previo se describe la relación entre matrices y redes (matriz de adyacencia) y hay que contestar un cuestionario que el/la estudiante entrega al empezar la 2a. actividad dirigida que se realiza en el laboratorio con el asesoramiento del profesor y donde, considerando datos de redes reales y simuladas, se diseñan métodos para resolver ejemplos prácticos de cálculos de propiedades de las redes a partir de la matriz asociada, como la presencia de hubs, la determinación de distancias, etc., y se consideran operaciones como el producto de matrices, suma de columnas, etc.

**Objetivos específicos:**

Aplicar operaciones matriciales al estudio de redes.

**Material:**

Material AD5,AD6 (disponible a Atenea)

**Entregable:**

Entregable 5: Cuestionario resuelto.

Entregable 6: Diseño metodológico y resolución del trabajo propuesto.

Vínculo con la evaluación: apartado de entregables en grupo.

**Dedicación:** 4h

Actividades dirigidas: 2h

Aprendizaje autónomo: 2h



### ACTIVIDADES DIRIGIDAS 7,8 (ESPACIOS VECTORIALES. CÓDIGOS CORRECTORES)

**Descripción:**

En el estudio previo se describe la relación entre espacios vectoriales y matrices y los códigos lineales correctores de errores. Hay que contestar un cuestionario que el/la estudiante entrega para su corrección al empezar la 2ª actividad dirigida que se realiza en el laboratorio con el asesoramiento del profesor y donde se diseña la metodología y se resuelven casos prácticos de codificación-descodificación.

**Objetivos específicos:**

Aplicar conceptos de espacios vectoriales y operaciones matriciales al estudio de códigos lineales correctores de errores.

**Material:**

Material AD7,AD8 (disponible en Atenea)

**Entregable:**

Entregable 7: Cuestionario resuelto.

Entregable 8: Diseño metodológico y resolución del trabajo propuesto.

Vínculo con la evaluación: apartado entregables en grupo

**Dedicación:** 4h

Actividades dirigidas: 2h

Aprendizaje autónomo: 2h

### ACTIVIDAD DIRIGIDA 9,10 (DIAGONALIZACIÓN)

**Descripción:**

En el estudio previo se describen métodos para encontrar autovalores y autovectores. Hay que contestar un cuestionario que el/la estudiante entrega para su corrección al empezar la 2ª actividad dirigida que se realiza en el laboratorio con el asesoramiento del profesor y donde diseña la metodología y resuelve ejemplos de cálculo de autovalores y autovectores en casos prácticos (p.e. secciones 11.15 y 11.17 de AR 2005, algoritmo PageRank de Google).

**Objetivos específicos:**

Diagonalización. Método de la potencia. Relación con potencias de matrices. Aplicaciones (p.e. PageRank, evolución de agentes, etc.)

**Material:**

Material AD9,AD10 (disponible en Atenea)

**Entregable:**

Entregable 9: Cuestionario resuelto.

Entregable 10: Diseño metodológico y resolución del trabajo propuesto.

Vínculo con la evaluación: apartado entregables en grupo

**Dedicación:** 4h

Actividades dirigidas: 2h

Aprendizaje autónomo: 2h



## ACTIVIDADES DIRIGIDAS 11,12 (OPERADORES LINEALES)

### Descripción:

En el estudio previo se ve como las transformaciones afines (operadores lineales al plano) pueden servir para conseguir la compresión fractal de imágenes (empleada extensamente). Hay que contestar un cuestionario que el/la estudiante entrega para su corrección al empezar la 2ª actividad dirigida que se realiza en el laboratorio con la presencia del profesor y donde resuelven casos concretos de compresión fractal (sección 11.14 de AR 2005)

### Objetivos específicos:

Aplicar transformaciones afines para la compresión fractal de imágenes.

### Material:

Material AD11,AD12 (disponible en Atenea)

### Entregable:

Entregable 11: Cuestionario resuelto.

Entregable 12: Diseño metodológico y resolución del trabajo propuesto.

Vínculo con la evaluación: apartado entregables en grupo

### Dedicación: 4h

Actividades dirigidas: 2h

Aprendizaje autónomo: 2h

## SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Se aplicaran los criterios de evaluación definidos en la infoweb de la asignatura.

## NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Los controles se hacen en horas de clase de teoría y tienen una duración aproximada de 45'.

El primer examen se hace en mitad del cuatrimestre (semana sin clases asignada por la Escuela).

El segundo examen se hace la semana siguiente después de finalizar las clases del cuatrimestre.

La duración de los exámenes es de 90'. Se hace el mismo examen en todos los grupos.

Se realizan (de forma individual) dos controles.

En relación a las actividades dirigidas, del conjunto de entregables se evaluarán dos.

## BIBLIOGRAFÍA

### Básica:

- Lay, David C.; Murrieta Murrieta, Jesús Elmer; Alfaro Pastor, Javier. Álgebra lineal y sus aplicaciones [en línea]. 3a. México [etc.]: Pearson Educación, 2007 [Consulta: 04/10/2023]. Disponible a: [http://www.ingebook.com/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=6765](http://www.ingebook.com/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=6765). ISBN 9789702609063.

- Braun, Martín. Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica, 1990. ISBN 9687270586.

### Complementaria:

- Anton, Howard; Rorres, Chris. Elementary linear algebra: applications version. New York: John Wiley & Sons, 2005. ISBN 9780471669593.

- Marcellán, Francisco; Casassus, Luis; Zarzo, Alejandro. Ecuaciones diferenciales : problemas lineales y aplicaciones. Madrid, [etc.]: McGraw-Hill, 1990. ISBN 8476155115.

- Williams, Gareth; Hano Roa, Ma. del Carmen. Álgebra lineal con aplicaciones. 4a. México [etc.]: McGraw-Hill, 2002. ISBN 970103838X.

## RECURSOS

### Otros recursos:





Material disponible al Campus Digital (Atenea):

- 1) Material específic per a les sessions de aprendizaje cooperatiu (puzle) estructurat en 3 parts independents (rols):
- 2) Apunets de la assignatura.
- 3) Listas de problemas.
- 4) Estudio previo y cuestionario para las actividades dirigidas tipo uno, gui3n y cuestionario para las de tipo dos.