

## Guía docente

### 340025 - EQDI-F2043 - Ecuaciones Diferenciales

Última modificación: 31/03/2025

**Unidad responsable:** Escuela Politécnica Superior de Ingeniería de Vilanova i la Geltrú  
**Unidad que imparte:** 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

**Titulación:** GRADO EN INGENIERÍA DE DISEÑO INDUSTRIAL Y DESARROLLO DEL PRODUCTO (Plan 2009). (Asignatura optativa).  
GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).  
GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).  
GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).  
GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA Y SISTEMAS FERROVIARIOS (Plan 2024). (Asignatura obligatoria).

**Curso:** 2025      **Créditos ECTS:** 6.0      **Idiomas:** Catalán, Castellano

#### PROFESORADO

**Profesorado responsable:** Neus Ybern Carballo

**Otros:** Jordi Caelles Abillar

#### CAPACIDADES PREVIAS

Utilizar las herramientas básicas del cálculo diferencial e integral en una variable real.  
Operar con números complejos, tanto en forma binómica como en forma exponencial.  
Factorizar polinomios sobre los reales y los complejos.  
Descomponer funciones racionales en fracciones simples.  
Utilizar las herramientas básicas del álgebra lineal y aplicarlas a la discusión de sistemas de ecuaciones lineales.

#### COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

##### Específicas:

1. CE1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización

##### Transversales:

2. APRENDIZAJE AUTÓNOMO - Nivel 1: Llevar a cabo tareas encomendadas en el tiempo previsto, trabajando con las fuentes de información indicadas, de acuerdo con las pautas marcadas por el profesorado.  
3. USO SOLVENTE DE LOS RECURSOS DE INFORMACIÓN - Nivel 1: Identificar las propias necesidades de información y utilizar las colecciones, los espacios y los servicios disponibles para diseñar y ejecutar búsquedas simples adecuadas al ámbito temático.

#### METODOLOGÍAS DOCENTES

Las clases de grupo grande (teoría) consisten en explicaciones teóricas, descripción de ejemplos y resolución de problemas seleccionados, utilizando diversos soportes tradicionales y digitales. En algunas sesiones se podrá pedir a los estudiantes que resuelvan individualmente algún problema parecido a los de clase.

En las clases de grupo pequeño (laboratorio) los estudiantes realizarán cálculos y simulaciones con MATLAB de forma individual.

#### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Entender el papel de las ecuaciones diferenciales en la ingeniería y la ciencia es fundamental, ya que estas ecuaciones modelan una amplia variedad de fenómenos físicos y sistemas dinámicos. En la práctica, las ecuaciones diferenciales permiten describir y predecir

el comportamiento de sistemas mecánicos, eléctricos, térmicos, biológicos y muchos otros. A continuación, se detallan los objetivos de aprendizaje y el contenido del curso:

#### Objetivos de Aprendizaje

1. Comprender el papel de las ecuaciones diferenciales en la ingeniería y la ciencia:
  - Identificar y describir aplicaciones prácticas de las ecuaciones diferenciales en diversos campos de la ingeniería y la ciencia.
  - Analizar ejemplos específicos que incluyen circuitos eléctricos, sistemas mecánicos, transferencia de calor y modelos biológicos.
2. Calcular la solución de ecuaciones diferenciales simples de primer y segundo orden:
  - Resolver ecuaciones diferenciales lineales homogéneas y no homogéneas de primer y segundo orden en el dominio temporal.
  - Aplicar la transformada de Laplace para resolver ecuaciones diferenciales en el dominio de la frecuencia.
  - Utilizar métodos numéricos, como el método de Euler y los métodos de Runge-Kutta, para aproximar soluciones cuando sea necesario.
3. Calcular propiedades y cantidades relacionadas con ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes:
  - Determinar la estabilidad de sistemas lineales analizando las raíces de la ecuación característica.
  - Calcular el tiempo característico de un sistema y comprender su significado en la respuesta transitoria.
  - Derivar y utilizar funciones de transferencia para analizar el comportamiento de sistemas dinámicos.
4. Calcular la serie de Fourier de una función periódica:
  - Descomponer una función periódica en su serie de Fourier en formas real y compleja.
  - Representar y discutir el espectro de la función periódica, interpretando la amplitud y fase de sus componentes sinusoidales.

#### Contenido del Curso

1. Introducción a las Ecuaciones Diferenciales:
  - Definiciones y conceptos básicos.
  - Ejemplos de aplicaciones en ingeniería y ciencia.
2. Solución de Ecuaciones Diferenciales Simples:
  - Ecuaciones de primer orden: métodos analíticos.
  - Ecuaciones de segundo orden: métodos analíticos.
  - Aplicación de la transformada de Laplace.
3. Métodos Numéricos:
  - Método de Euler.
  - Métodos de Runge-Kutta.
  - Implementación y ejemplos prácticos.
4. Propiedades de Ecuaciones Diferenciales Lineales:
  - Estabilidad y análisis de sistemas.
  - Tiempo característico y respuesta transitoria.
  - Funciones de transferencia y análisis en el dominio de la frecuencia.
5. Serie de Fourier y Análisis de Espectro:
  - Serie de Fourier en forma real.
  - Serie de Fourier en forma compleja.
  - Representación espectral y discusión.

#### Metodología

El curso combinará clases teóricas con sesiones prácticas y de laboratorio, donde los estudiantes aplicarán los conceptos aprendidos a problemas reales. Se utilizarán herramientas de software para la resolución numérica de ecuaciones diferenciales y para el análisis de series de Fourier.

#### Evaluación

La evaluación se basará en la participación en clase, tareas individuales, proyectos prácticos y exámenes. Se espera que los estudiantes demuestren su comprensión de los conceptos teóricos y su capacidad para aplicar métodos analíticos y numéricos a

problemas específicos.

Esta guía está diseñada para proporcionar a los estudiantes una comprensión profunda de las ecuaciones diferenciales y su aplicación en ingeniería y ciencia, preparándolos para abordar problemas complejos en sus futuros campos profesionales. su espectro.

### HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	7,5	5.00
Horas grupo grande	52,5	35.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00

**Dedicación total:** 150 h

## CONTENIDOS

### 1 - Series de Fourier

#### Descripción:

Cómo calcular e interpretar la serie de Fourier de una función periódica

Temas Clave:

- Señales Periódicas
- Comprender las características y ejemplos de señales periódicas.
- Serie de Fourier en Forma Real y Compleja
- Descomponer funciones periódicas en su serie de Fourier utilizando formas real y compleja.
- Espectro en Frecuencia de una Señal Periódica
- Representar el espectro de frecuencia y comprender la amplitud y fase de cada componente sinusoidal.
- Identificar e interpretar señales de banda limitada.
- Comentarios sobre la Convergencia y el Fenómeno de Gibbs
- Discutir las condiciones bajo las cuales la serie de Fourier converge a la función original.
- Comprender el Fenómeno de Gibbs y sus implicaciones para la precisión de las aproximaciones de la serie de Fourier cerca de discontinuidades.

#### Objetivos específicos:

Explicación Detallada

- Señales Periódicas
- Una señal periódica se repite a intervalos regulares en el tiempo. Estas señales son fundamentales en diversos campos como las comunicaciones, el procesamiento de señales y los sistemas de control.
- Serie de Fourier en Forma Real y Compleja
- Forma Real: La serie de Fourier descompone una función periódica en una suma de términos de seno y coseno, cada uno con coeficientes específicos. Esta forma es útil para entender la contribución de cada componente de frecuencia a la señal global.
- Forma Compleja: La serie de Fourier compleja representa la función utilizando términos exponenciales, lo cual puede simplificar los cálculos y proporcionar una representación más compacta. Los coeficientes contienen información sobre la amplitud y fase de los componentes de frecuencia.
- Espectro en Frecuencia de una Señal Periódica
- El espectro de frecuencia de una señal periódica muestra cómo se distribuye la energía de la señal a través de diferentes frecuencias. Al graficar la magnitud y fase de los coeficientes de Fourier, podemos obtener información detallada sobre el comportamiento de la señal en el dominio de la frecuencia.
- Las señales de banda limitada tienen componentes de frecuencia que están confinadas a un rango específico, lo cual es crucial en el diseño de sistemas de comunicación y procesamiento de señales.
- Comentarios sobre la Convergencia y el Fenómeno de Gibbs
- La serie de Fourier converge a la función original bajo ciertas condiciones, principalmente cuando la función es continua y tiene derivadas parciales continuas.
- El Fenómeno de Gibbs se refiere a las oscilaciones que ocurren cerca de las discontinuidades de la función, donde la serie de Fourier tiende a sobrepasarse. Esto es importante de considerar al utilizar series de Fourier para aproximar funciones con saltos o discontinuidades.

Metodología

El curso combinará clases teóricas con sesiones prácticas y de laboratorio, donde los estudiantes aplicarán los conceptos aprendidos a problemas reales. Se utilizarán herramientas de software para la resolución numérica de ecuaciones diferenciales y para el análisis de series de Fourier.

#### Actividades vinculadas:

A1, A2, A3, A5

**Dedicación:** 38h

Grupo grande/Teoría: 12h

Grupo pequeño/Laboratorio: 2h

Aprendizaje autónomo: 24h

## 2 - Ecuaciones diferenciales

**Descripción:**

Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO): qué son, qué es una solución, qué es un problema de valores iniciales. Ejemplos del uso de las ecuaciones diferenciales en problemas de modelado.

- Qué es una ecuación diferencial ordinaria (EDO).
- Solución de una EDO.
- Tipos de EDO.
- Resolución de EDO de variables separables.
- Problemas mecánicos, eléctricos y de población.
- Métodos numéricos. El método de Euler.

**Objetivos específicos:**

Reconocer una EDO y algunos tipos de EDO.

Comprobar una solución de una EDO.

Determinar las constantes arbitrarias de una solución a partir de condiciones iniciales.

Reconocer como EDO algunos problemas simples de mecánica, electricidad y de modelos de población.

Resolver EDO de variables separables.

Conocer la existencia de diferentes métodos numéricos para EDO y los posibles errores en su aplicación.

Convertir una EDO cualquiera en un sistema apto para su tratamiento numérico.

Utilizar los comandos y drivers de MATLAB para la resolución numérica y el estudio de las soluciones de EDO.

**Actividades vinculadas:**

A1, A2, A3, A5

**Dedicación:** 38h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 26h

### 3 - Transformada de Laplace

**Descripción:**

Cómo aplicar las principales propiedades de la transformada de Laplace a la resolución de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes.

- Transformada de Laplace de una función admisible. Ejemplos sencillos.
- Propiedades básicas de la transformada de Laplace.
- Tabla de transformadas de Laplace. Transformada inversa.
- Otras propiedades de la transformada de Laplace.
- Aplicación a la resolución de una EDO lineal con coeficientes constantes.
- La función de Heaviside y la propiedad de traslación en el dominio temporal. Aplicación al caso de entradas definidas a trozos.
- Sistemas de EDO lineales con coeficientes constantes. Resolución mediante la transformada de Laplace. Polinomio característico de un sistema.

**Objetivos específicos:**

Calcular la transformada de Laplace en casos sencillos directamente a partir de la definición.

Calcular transformadas de Laplace a partir de casos conocidos usando las propiedades de la transformada.

Calcular transformadas inversas usando las propiedades de la transformada y la descomposición en fracciones simples.

Calcular la solución de EDO lineales con coeficientes constantes utilizando la transformada de Laplace.

Expresar una función definida a trozos utilizando la función de Heaviside.

Calcular la solución de EDO lineales con coeficientes constantes y entradas definidas a trozos.

Calcular la solución de un sistema de EDO lineales con coeficientes constantes mediante la transformada de Laplace.

**Actividades vinculadas:**

A1, A4, A5

**Dedicación:** 37h

Grupo grande/Teoría: 13h

Aprendizaje autónomo: 24h

#### 4 - Análisis de las soluciones de sistemas lineales

**Descripción:**

Cómo calcular aspectos importantes, en el dominio temporal y en el dominio transformado de Laplace, de las soluciones de EDO lineales con coeficientes constantes, tanto en el caso de ecuaciones de primer y segundo orden como en el caso de sistemas de primer orden.

- Solución general de una EDO lineal con coeficientes constantes.
- Cálculo de una solución particular usando fasores, para el caso de una entrada de tipo sinusoidal.
- Estabilidad. Régimen transitorio y régimen permanente. Tiempo característico.
- Ejemplos mecánicos y eléctricos.
- Estabilidad de sistemas de EDO lineales con coeficientes constantes.
- Sistemas de control. Función de transferencia y respuesta impulsiva de un sistema lineal de entrada/salida.

**Objetivos específicos:**

Calcular la solución general de una EDO lineal con coeficientes constantes utilizando la transformada de Laplace. Averiguar la estabilidad de EDO lineales de primer y segundo orden con coeficientes constantes, y calcular e interpretar el tiempo característico en el caso estable.

Distinguir el régimen estacionario o permanente del transitorio en la solución de EDO lineales estables con coeficientes constantes.

Calcular la solución en régimen permanente de una EDO lineal estable con coeficientes constantes y término forzado sinusoidal utilizando fasores.

Averiguar la estabilidad de sistemas de EDO lineales con coeficientes constantes.

Calcular la función de transferencia y la respuesta impulsiva de un sistema de control lineal.

**Actividades vinculadas:**

A1, A4, A5

**Dedicación:** 37h

Grupo grande/Teoría: 13h

Aprendizaje autónomo: 24h

## SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Se basa en la evaluación continua de la asignatura, que se implementa mediante las actividades siguientes:

A1=examen con ordenador en una de las sesiones de laboratorio;

A2=examen de los temas 1 y 2;

A3=examen de los temas 2, 3 y 4;

A4=examen de los temas 1, 2, 3 y 4.

Sólo la actividad A4 es reevaluable.

La calificación global de la asignatura se calcula así a partir de las calificaciones (sobre 10) de estas actividades:

NOTA FINAL = MÁX (0.2·A1 + 0.3·A2 + 0.5·A3, 0.2·A1 + 0.8·A4).

## NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Todas las actividades son individuales.

Las actividades A2, A3 i A4 son pruebas por escrito de resolución de problemas, sin libros o apuntes ni ningún tipo de soporte digital.



## BIBLIOGRAFÍA

---

### Básica:

- Simmons, George Finlay. Ecuaciones diferenciales: teoría, técnica y práctica [en línea]. México D. F: McGrawHill, 2007 [Consulta: 19/02/2024]. Disponible a : [https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=4312](https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=4312). ISBN 9789701061435.
- Bronson, Richard. Ecuaciones diferenciales [en línea]. 3a ed. México: McGraw-Hill, 2008 [Consulta: 16/02/2024]. Disponible a : [https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=4231](https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=4231). ISBN 9789701065099.
- Batlle, Carles; Massana, Immaculada; Zaragoza, Marisa. Àlgebra i equacions diferencials [en línea]. Barcelona: Edicions UPC, 2000 [Consulta: 22/02/2022]. Disponible a : <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.3/36225>. ISBN 9788483019757.

### Complementaria:

- Ricardo, Henry. Ecuaciones diferenciales: una introducción moderna [en línea]. Barcelona: Reverté, 2008 [Consulta: 19/02/2024]. Disponible a : [https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB\\_BooksVis?cod\\_primaria=1000187&codigo\\_libro=7727](https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7727). ISBN 9788429151626.
- Boyce, William E. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. 5a ed. México etc: Limusa Wiley, 2010. ISBN 9786070501517.
- Antonijuan, Josefina; Batlle, Carles; Boza, Santiago; Prat, Joana D'Arc. Matemàtiques de la telecomunicació [en línea]. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consulta: 04/04/2022]. Disponible a : <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.3/36249>. ISBN 8483015757.

## RECURSOS

---

### Otros recursos:

Programario MATLAB:  
<https://es.mathworks.com/>