

Guía docente

200121 - TOP - Topología

Última modificación: 03/11/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2026 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ
Otros: Segon quadrimestre:
MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ - A, B
GUILLEM BLANCO FERNÁNDEZ - A
MARTA CASANELLAS RIUS - A
ANA BELEN DE FELIPE PARAMIO - B

CAPACIDADES PREVIAS

Càlcul en una variable
Càlcul diferencial
Àlgebra lineal
Geometria afí i euclidiana
Fonaments de la matemàtica

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que impliquen conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Teoría. Clases magistrales en las cuales se desarrolla todo el cuerpo de la asignatura. Dado que, además de informativa (vocabulario topológico) se trata de una asignatura formativa, se demuestran la mayoría de los resultados. Se procura introducir cada tema con alguna motivación que haga referencia a conocimientos previos del estudiantes, o bien a problemas de la propia materia. Resultados y definiciones son ilustrados con ejemplos y contra-ejemplos y ejercicios sencillos.

Problemas. Las clases de problemas pretenden que el estudiante se ejercite en la práctica y el desarrollo de los conceptos y resultados introducidos en las clases de teoría.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

- * Comprender el concepto de espacio topológico. Uso de los conceptos de base, subbase y entorno. Saber comparar topologías.
- * Comprender los conceptos de conexión y compacidad en espacios topológicos. Capacidad para comprobar estas propiedades en ejemplos concretos.
- * Comprender el concepto de homeomorfismo. Capacidad para definir y construir en ejemplos sencillos. Capacidad para argumentar cuándo dos espacios topológicos no pueden ser homeomorfos.
- * Capacitar para la utilización de topologías inducidas, producto y cociente. En especial, identificación de espacios cocientes vía homeomorfismos y propiedades universales y capacidad de trabajo con aplicaciones definidas en espacios cocientes.
- * Entender las caracterizaciones alternativas de los conceptos topológicos en los espacios métricos.
- * Entender los conceptos básicos de homotopía entre aplicaciones continuas y la construcción del conjunto de clases de homotopía $[X, Y]$. Entender el concepto de tipos de homotopía de espacios topológicos. Saber identificar sencillos retráctos de deformación.
- * Entender la estructura de grupo abeliano de $H^1(X) = [X, S^1]$ y los morfismos inducidos por aplicaciones continuas. Cálculo cuando X es contráctil o la circunferencia. Entender el concepto de elevación de caminos y homotopías y de grado.
- * Comprender el concepto de índice de una curva cerrada del plano respecto al punto y su relación con los conceptos de grado y de homotopía. Saber calcularlo.
- * Entender cómo el concepto de índice permite demostrar los teoremas básicos de la topología del plan y la esfera: Brouwer, Borsuk-Ulam, invariancia de la dimensión... Capacidad de aplicarlos a diferentes situaciones.
- * Saber clasificar una superficie compacta a partir de su superficie poligonal.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	112,5	51.72
Horas grupo grande	45,0	20.69
Horas grupo pequeño	30,0	13.79
Horas grupo mediano	30,0	13.79

Dedicación total: 217.5 h

CONTENIDOS

Espacios métricos

Descripción:

Distancias. Bolas abiertas y cerradas. Conjuntos abiertos. Aplicaciones continuas. Distancias equivalentes.

Dedicación: 10h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo mediano/Prácticas: 2h

Aprendizaje autónomo: 5h

Espacios topológicos

Descripción:

Abiertos y cerrados. Bases, subbases, entornos. Aplicaciones continuas, homeomorfismos. El primer axioma de numerabilidad: caracterización de propiedades topológicas mediante el límite de sucesiones. Espacios de Hausdorff.

Dedicación: 39h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 24h

Construcción de espacios topológicos

Descripción:

Subespacios. Productos de espacios topológicos. Espacio cociente. Ejemplos: superficies topológicas.

Dedicación: 38h

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 7h

Aprendizaje autónomo: 24h

Compacidad

Descripción:

Espacios compactos. Continuidad y compacidad. Teorema del valor máximo. Productos y cocientes de espacios compactos. Axiomas de separación y metrizabilidad.

Dedicación: 21h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 13h

Conexión

Descripción:

Espacios conexos. Componentes conexas. Continuidad y conexión. Teorema del valor intermedio. Espacios arcoconexos. Componentes conexas arcoconexas.

Dedicación: 21h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 13h

Introducción a la homotopía

Descripción:

Introducción a la homotopía de aplicaciones continuas. Espacios contráctiles. Retractos de deformación. El conjunto de las clases de homotopía $[X, Y]$. El grupo abeliano $[S^1, S^1]$: grado de una aplicación.

Dedicación: 22h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h

Aplicaciones a la topología del plano

Descripción:

Índice de una curva cerrada. Teoremas de Poincaré-Bôhl y Rouché. Teorema del punto fijo de Brouwer. El teorema fundamental del álgebra. El teorema de Borsuk-Ulam. Invariancia de la dimensión.

Dedicación: 22h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h

Clasificación de superficies compactas

Descripción:

Triangulación de superficies compactas. Superficies poligonales. Superficies standard. Suma conexa de superficies. Teorema de clasificación. Orientación, género y característica de Euler.

Dedicación: 17h 30m

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 1h

Aprendizaje autónomo: 9h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Cualquier acto de fraude académico, plagio o uso o mera tenencia al alcance de medios no autorizados en cualquier actividad de evaluación comportará la calificación de cero (0) en la prueba o entrega afectada. Además, de acuerdo con la normativa de la Universidad, la posible derivación de los hechos para la apertura de un expediente disciplinario implicará que la asignatura quede en el estado provisional de "pendiente de evaluación" hasta la resolución del expediente. La gestión de estas incidencias se lleva a cabo de acuerdo con el [Marco de actuación para la integridad académica en la evaluación de la UPC](#).

Se realizarán 2 actos de evaluación: un Examen Parcial (EP) y un Examen Final (EF). La Nota Final (NF) de la asignatura será:

$$NF = \max\{EF; (0,75)EF + (0,25)EP\}$$

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, 1992. ISBN 9788429150988.
- Munkres, James R. Topología. 2a ed. Madrid: Prentice-Hall, 2002. ISBN 8420531804.
- Pascual Gainza, P.; Roig, A. Topologia [en línea]. Barcelona: Edicions UPC, 2004 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36790>. ISBN 8483017504.
- Sieradski, A. An introduction to topology and homotopy. Boston: PWS-KENT, 1992. ISBN 0534929605.
- Viro, O. Ya [et al.]. Elementary topology : problem textbook [en línea]. Providence: American Mathematical Society, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=4715680>. ISBN 9780821845066.

Complementaria:

- Jänich, Klaus. Topology. New York: Springer-Verlag, 1984. ISBN 0387908927.
- Massey, William S. A basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro Aznar, V.; Pascual Gainza, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions UB, 1999. ISBN 8483381230.
- Wall, C.T.C. A geometric introduction to topology. New York: Dover, 1993. ISBN 0486678504.