

Guía docente

200122 - GD - Geometría Diferencial

Última modificación: 03/11/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2026 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: JAUME AMOROS TORRENT

Otros: Segon quadrimestre:
JAUME AMOROS TORRENT - A, B
JOSE BURILLO PUIG - B
FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE - A
PEDRO TALAVERA SANCHEZ - A

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

5. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
7. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
10. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
11. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

4. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

(Apartado no disponible)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(Apartado no disponible)

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	112,5	51.72
Horas grupo grande	45,0	20.69
Horas grupo pequeño	30,0	13.79
Horas grupo mediano	30,0	13.79

Dedicación total: 217.5 h

CONTENIDOS

1. Curvas en el plano y el espacio

Descripción:

Curvas parametrizadas. Recta tangente. Ejemplos. Curvas regulares, longitud de arco. Curvatura, vector normal, vector binormal, torsión, triedro y fórmulas de Frenet. Teorema fundamental de la teoría de curvas.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

2. Superficies

Descripción:

Superficies regulares, parametrizaciones. Funciones diferenciables sobre superficies, puntos críticos. Plano tangente, recta normal. Diferencial de una aplicación, difeomorfismos. Geometría en el plano tangente: primera forma fundamental. Geometría en la superficie: medida de longitudes, ángulos y áreas.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

3. Curvatura de Gauss

Descripción:

La aplicación de Gauss. La diferencial de la aplicación de Gauss y la segunda forma fundamental. Curvatura normal: Teorema de Meusnier. Curvaturas principales, líneas de curvatura: teoremas de Rodrigues y de Euler. Curvaturas de Gauss y media. Clasificación de los puntos de una superficie. Direcciones y curvas asintóticas. Indicatriz de Dupin.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

4. Ejemplos de superficies

Descripción:

Fórmulas básicas para el cálculo de la segunda forma fundamental: ecuaciones de Weingarten. Superficies planas. Superficies regladas. Cuádricas. Superficies de revolución. Superficies mínimas.

Dedicación: 12h 30m

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo pequeño/Laboratorio: 2h

Aprendizaje autónomo: 7h 30m

5. Ecuaciones fundamentales de las superficies

Descripción:

Isometrias, isometrias locales. Símbolos de Christoffel. Fórmula de Gauss y Teorema Egregio. Ecuaciones de compatibilidad de Codazzi-Mainardi. Teorema de Bonnet.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

6. Geometría sobre las superficies

Descripción:

Derivada covariante, transporte paralelo. Curvatura geodésica, geodésicas, fórmula de Liouville. Aplicación exponencial, propiedad minimal de las geodésicas. Fórmula del exceso/defecto para la suma de los ángulos de un triángulo. El Teorema de Gauss-Bonnet y aplicaciones.

Dedicación: 22h 30m

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h 30m

7. Introducción a las variedades diferenciales

Descripción:

Variedades diferenciales, funciones diferenciables. Espacio tangente, diferencial de una función. Valores regulares y subvariedades. Ejemplos.

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 2h

Aprendizaje autónomo: 9h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Cualquier acto de fraude académico, plagio o uso o mera tenencia al alcance de medios no autorizados en cualquier actividad de evaluación comportará la calificación de cero (0) en la prueba o entrega afectada. Además, de acuerdo con la normativa de la Universidad, la posible derivación de los hechos para la apertura de un expediente disciplinario implicará que la asignatura quede en el estado provisional de "pendiente de evaluación" hasta la resolución del expediente. La gestión de estas incidencias se lleva a cabo de acuerdo con el [Marco de actuación para la integridad académica en la evaluación de la UPC](#).

La calificación de la asignatura se obtendrá a partir de:

EP : Examen Parcial

PP: Práctica de Programación

EF : Examen Final

según la ponderación siguiente:

Nota Final = $\max(0.1 \text{ PP} + 0.9 \text{ EF}, 0.3 \text{ EP} + 0.1 \text{ PP} + 0.6 \text{ EF})$.

Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Los exámenes (EF y EP) contendrán preguntas teóricas y prácticas.

Únicamente se permitirá llevar un formulario.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Pascual Gainza, Pere. Geometría diferencial de corbes i superfícies [en línea]. Barcelona: Iniciativa Digital Politècnica, 2017 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2117/104841>. ISBN 9788498806441.
- Shifrin, Theodore. Differential geometry : a first course in curves and surfaces [en línea]. University of Georgia, 2016 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://math.franklin.uga.edu/sites/default/files/inline-files/ShifrinDiffGeo.pdf>.

Complementaria:

- Carmo, Manfredo Perdigão do. Differential geometry of curves and surfaces. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1976. ISBN 0132125897.
- Hitchin, Nigel. Geometry of surfaces [en línea]. 2013. University of Oxford, [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://www.e-booksdirectory.com/details.php?ebook=256>.
- Bär, Christian. Elementary differential geometry [en línea]. Cambridge University Press, 2010 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=803056>. ISBN 9780521721493.
- Palais, Richard S. A Modern course on curves and surfaces [en línea]. Apunts, Brandeis University, 2003 [Consulta: 19/06/2023].

Disponible a: https://virtualmathmuseum.org/Surface/a/bk/curves_surfaces_palais.pdf.

- Topogonov, Victor Andreevich. Differential geometry of curves and surfaces: A Concise Guide [en línea]. Birkhäuser, 2006 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b137116>. ISBN 0817643842.

- Milnor, John. Morse theory. Princeton, 1969. ISBN 0691080089.

RECURSOS

Otros recursos:

*Famous Curves Applet Index <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Java/> />*3D-XplorMath, de Richard Palais: <http://3d-xplormath.org/> />*Wolfram mathworld curves <http://mathworld.wolfram.com/topics/Curves>

*National Curve bank <http://curvebank.calstatela.edu/home/home.htm> />*Open Geometry Gallery http://www1.uni-ak.ac.at/geom/opengeometry_gallery

*Virtual Math museum http://virtualmathmuseum.org/Surface/gallery_o

*Wolfram mathworld surfaces <http://mathworld.wolfram.com/topics/Surfaces>

*Otras galerías <http://faculty.evansville.edu/ck6/GalleryTwo/Introduction2>